КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН
БИЛИМ БЕРҮҮ ЖАНА ИЛИМ МИНИСТРЛИГИ

Ж.О.Толубаев, З.Х.Абдурахманова, Ш.И.Бабаев

СЫЗЫКТУУАЛГЕБРА, ВЕКТОРДУК АЛГЕБРА ЖАНА АНАЛИТИКАЛЫК ГЕОМЕТРИЯ БОЮНЧА ӨЗ АЛДЫНЧА ИШТЕРДИН ЖЫЙНАГЫ

(Өз алдынча иштерди аткарууга
усулдук көрсөтмөлөр)

СБОРНИК САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ ПО ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ, ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЕ И АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

(Методическое руководство
к выполнению
самостоятельных работ)

Бишкек -2014

УДК 51
ББК 22.1
Т 52

БатМУ СГЭИнин окуу усулдук кеңешмесинде талкууланып, басмага сунушталды.

Жооптуу редактору: Толбаев Б. – физика-математика илимдеринин кандидаты, профессор

Ж.О.Толубаев, З.Х.Абдурахманова, Ш.И.Бабаев
Т 52 СЫЗЫКТУУАЛГЕБРА, ВЕКТОРДУК АЛГЕБРА ЖАНА АНАЛИТИКАЛЫК ГЕОМЕТРИЯ БОЮНЧА ӨЗ АЛДЫНЧА ИШТЕРДИН ЖЫЙНАГЫ, - Б.: 2014.- 72 бет

ISBN 978-9967-26-288-1

Усулдук колдонмо жогорку окуу жайларынын күндүзгү жана дистанттык бөлүмдөрүндө билим алышкан студенттердин математика боюнча өз алдынча иштөөсүнө сунушталат.

Методическое пособие предназначено для самостоятельной работы студентов по математике, обучающихся на дневной и дистанционных формах обучения.

УДК 51
Т 1602000000-11 ББК 22.1

ISBN 978-9967-26-288-1

К И Р И Ш   С Ө З

Азыркы күндө жогорку окуу жайлардын алдында окутуунун сапатын жогорулатуу жана дүйнөлүк деңгээлдеги жогорку билимдүү, квалификациялуу адис кадрларды даярдоо маселеси турат. Ал үчүн бүгүнкү күндө окутуу процессинде кредиттик системаны колдонуу негизги маселелерден болуп саналат. Кредиттик система боюнча окутуунун негизи болуп, окуу процессинде студенттердин өз алдынча иштөөсүн уюштуруу эсептелет. Өз алдынча иштин өзгөчөлүгү жекече иштөөгө, системалуулукка, үзгүлтүксүздүккө жана жөнөкөйдүн татаалга өтүү мүнөзгө ээ болууга тийиш. Өз алдынча иш окуу ишмердүүлүгүнүн бардык түрүн, студенттердин даярдыктарынын сапатын жана аудиториялык сабактын натыйжалуу өтүлүшүн камтыйт.

Кыргыз Республикасынын мамлекеттик билим берүүнүн стандартынын негизинде бакалавриаттык билим берүү бөлүмүндө, эң негизгиси ар бир адистиктин студенттеринин өз алдынча даярдануусуна окуу планынын 40%дан кем эмес сааты бөлүштүрүлгөн.

Математикадан студентердин өз алдынча иштөөсү үчүн алардын ар бирине тиешелүү мисал-маселерди түзүп чыгуу талап кылынат.

Сунуш кылынуучу усулдук колдонмо ушул милдеттерди чечүүгө жардам берет. Ал өз ичине математиканын аналитикалык геометрия, сызыктуу жана вектордук алгебранын бөлүмдөрүн өз ичине камтыйт. Студенттердин өз алдынча иштерин аткарууга жеңил болуусу үчүн колдонмодо негизги түшүнүктөр, формулалар жана ар бир бөлүмгө тиешелүү мисалдардын чыгарылыштары толугу менен берилди. Ал мисалдар жана көнүгүүлөр студенттердин жалпы теориялык билимдерин бекемдөөгө, математикалык маданиятын өстүрүүгө жана математикалык аппаратты ар кандай м аселелерди чыгарууда пайдалануу билгичтиктерин өнүктүрүүгө көмөк берет.

Колдонмо даярдала турган адистиктердин өзгөчөлүктөрүнө жараша математика адистигине жана математик эмес адистиктердин мамлекеттик типтүү программаларынын негизинде түзүлдү.

Усулдук колдонмо жогорку окуу жайларынын бакалавриаттык жана дистанттык бөлүмдөрүндө билим алышкан студенттердин өз алдынча иштөөсү үчүн сунушталат.

§1. Тегиздиктеги аналитикалык геометрия.

1. $d = |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ – $A(x_1; y_1)$ жана $B(x_2; y_2)$ чекиттеринин арасындагы аралыкты табуунун формуласы.

2. $Ax + By + C = 0$ – түз сызыктын жалпы теңдемеси.

3. $y - y_0 = k(x - x_0)$ – k бурчтук коэффициенттүү түз сызыктын теңдемеси.

4. $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$ – $A(x_1; y_1)$ жана $B(x_2; y_2)$ чекиттери аркылуу өткөн түз сызыктын теңдемеси**.**

5. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0$ – түз сызыктын кесиндидеги теңдемеси.

6. $x\cos\theta + y\sin\theta - p = 0$ – түз сызыктын нормалдык теңдемеси.

7. $\begin{cases} x = a_x t + x_0 \\ y = a_y t + y_0 \end{cases}$ - түз сызыктын параметрдик теңдемеси.

8. $\rho(A\cos\varphi + B\sin\varphi) + C = 0$ – түз сызыктын уюлдук координаталардагы теңдемеси.

9. $K_{BD} = -\frac{1}{K_{AC}}$ – K_{BD}, K_{AC} бурчтук коэффициенттүү түз сызыктардын перпендикулярдуулук шарты.

10. $K_{BD} = K_{AC}$ – K_{BD}, K_{AC} бурчтук коэффициенттүү түз сызыктардын параллелдүүлүк шарты.

11. $tg\varphi = \frac{K_2 - K_1}{1 + K_1 K_2}$ – K_1, K_2 бурчтук коэффициенттүү түз сызыктардын арасындагы бурчту табуунун формуласы.

12. $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$ – айлананын жалпы теңдемеси.

13. $x^2 + y^2 = 0$ – борбору координата башталышында жаткан айлананын теңдемеси.

14. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1-$ эллипстин каноникалык теңдемеси.

15. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1-$ гиперболанын каноникалык теңдемеси.

16. $y^2=2px-$ параболанын каноникалык теңдемеси.

1. Үч бурчтуктун $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ жана $C(x_3,y_3)$ чоккулары берилген болсо, анда:

1. ***Үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин;***
2. ***Үч бурчтуктун B чоккусунан жүргүзүлгөн бийиктиктин теңдемесин;***
3. ***Үч бурчтуктун C чокусунан түшүрүлгөн медиананын теңдемесин жана узундугун;***
4. ***$\angle ABC$ бурчун тапкыла.***

№1. Үч бурчтуктун $A(-3;6)$, $B(4;4)$ жана $C(-1;2)$ чоккулары берилген.

1. Үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин төмөнкү формула менен табабыз.

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

$(AB)\frac{x+3}{4+3}=\frac{y-6}{4-6};\ (-2)(x+3)=7(y-6);\ -2x-6=7y-42;\ 2x+7y-36=0;\ K_{AB}=-\frac{2}{7};$

$(BC)\frac{x-4}{-1-4}=\frac{y-4}{2-4};\ (-2)(x-4)=(-5)(y-4);\ -2x+8=-5y+20;\ 2x-5y+12=0; K_{BC}=\frac{2}{5};$

$(AC)\frac{x+3}{-1+3}=\frac{y-6}{2-6};\ (-4)(x+3)=2(y-6);\ -4x-12=2y-12;\ 2x+y=0;\ K_{AC}=-\frac{1}{2};$

2. B чоккусунан жүргүзүлгөн BD бийиктиги үч бурчтуктун AC жагына перпендикуляр болгондуктан, түз сызыктардын перпендикулярдуулук шартынан $K_{BD}=-\frac{1}{K_{AC}}$ экендиги келип чыгат. Анда $K_{BD}=2$ болот, ошондуктан $y-y_0=k(x-x_0)$ формуласын колдонуп BD бийиктигинин теңдемесин алабыз.

$$y-4=2(x-4)$$
$$y-4=2x-8$$
$$y-4=2x-8$$
$$2x-y-4=0.$$

2. Үч бурчтуктун C чокусунан түшүрүлгөн медиананын теңдемесин анын аныктамасын колдонуп табабыз. Ал үчүн биз AB жагынын тең ортосунун координаталарын төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

3. $\begin{cases} x = \dfrac{x_1 + x_2}{2} \\ y = \dfrac{y_1 + y_2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4-3}{2} = \dfrac{1}{2} \\ y = \dfrac{4+6}{2} = 5 \end{cases} \qquad M\left(\dfrac{1}{2};5\right)$

CM медианасынын теңдемесин түзүп алабыз:

$$\frac{x+1}{\frac{1}{2}+1} = \frac{y-2}{5-2}$$

$$6(x+1) = 3(y-2)$$
$$2x+2 = y-2$$
$$2x - y + 4 = 0$$

CM медианасынын узундугун $d = |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ формуласынын

жардамында эсептейбиз: $d = |CM| = \sqrt{\left(\dfrac{1}{2}+1\right)^2 + (5-2)^2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{45} = \dfrac{3}{2}\sqrt{5}.$

4. ABC бурчун AB жана BC түз сызыктарынын арасындагы бурч катарында, төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$$tg\varphi = \frac{K_2 - K_1}{1 + K_1 K_2}$$

$$tg\varphi = \frac{K_{BC} - K_{AB}}{1 + K_{AB}K_{BC}} = \frac{\frac{2}{5} + \frac{2}{7}}{1 + \left(-\frac{2}{7}\right)\cdot\frac{2}{5}} = \frac{\frac{24}{35}}{\frac{-31}{35}} = -\frac{24}{35}\cdot\frac{35}{31} = -\frac{24}{31}$$

$tg\varphi \approx -0{,}77. \qquad \varphi = -arctg\,0{,}77. \qquad \varphi = 37^0$

№2. Үч бурчтуктун $A(2;-5)$, $B(-3;2)$ жана $C(3;4)$ чоккулары берилген.

1. Үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин төмөнкү формула менен табабыз**.**

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$AB: \frac{x-2}{-3-2} = \frac{y+5}{2+5}$$

$$\frac{x-2}{-5} = \frac{y+5}{7}$$

$$7(x-2)=(-5)(y+5)$$
$$7x-14=-5y-25$$
$$7x+5y+11=0$$
$$K_{AB}=-\frac{7}{5}$$

$$BC:\frac{x+3}{3+3}=\frac{y-2}{4-2}$$
$$\frac{x+3}{6}=\frac{y-2}{2}$$
$$2(x+3)=6(y-2)$$
$$x+3=3y-6$$
$$x-3y+9=0$$
$$K_{BC}=\frac{1}{3}$$

$$AC:\frac{x-2}{3-2}=\frac{y+5}{4+5}$$
$$9(x-2)=y+5$$
$$9x-18=y+5$$
$$9x-y-23=0$$
$$K_{AC}=9$$

2. B чоккусунан жүргүзүлгөн BD бийиктиги үч бурчтуктун AC жагына перпендикуляр болгондуктан, түз сызыктардын перпендикулярдуулук шартынан $K_{BD}=-\frac{1}{K_{AC}}$ экендиги келип чыгат. Анда $K_{BD}=-\frac{1}{9}$ болот, ошондуктан $y-y_0=k(x-x_0)$ формуласын колдонуп BD бийиктигинин теңдемесин алабыз.

$$y-2=-\frac{1}{9}(x+3)$$
$$9(y-2)=-x-3$$
$$x+9y-15=0$$

3. Үч бурчтуктун C чокусунан түшүрүлгөн медиананын теңдемесин анын аныктамасын колдонуп табабыз. Ал үчүн биз AB жагынын тең ортосунун координаталарын төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$$x=\frac{x_1+x_2}{2};\ y=\frac{y_1+y_2}{2};\ x=\frac{2-3}{2}=-\frac{1}{2};\quad y=\frac{2-5}{2}=-\frac{3}{2}.\qquad M(-\frac{1}{2};-\frac{3}{2})$$

CM медианасынын теңдемесин түзүп алабыз:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1} \quad \textit{анда,} \quad \frac{x-3}{-\frac{1}{2}-3}=\frac{y-4}{-\frac{3}{2}-4}; \quad \frac{x-3}{-7}=\frac{y-4}{-11}$$

$$(-11)(x-3)=(-7)(y-4)$$

$$-11x+33=-7y+28$$

$$-11x+7y+5=0$$

$$11x-7y-5=0 \quad (CM)$$

CM медианасынын узундугун $d=|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ формуласынын жардамында эсептейбиз: $d=|CM|=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}-3\right)^2+\left(-\frac{3}{2}-4\right)^2}=\sqrt{\frac{49}{4}+\frac{121}{4}}=\frac{1}{2}\sqrt{170}$

4. ABC бурчун AB жана BC түз сызыктарынын арасындагы бурч катарында, төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$$tg\varphi=\frac{K_2-K_1}{1+K_1\cdot K_2}; \qquad tg\varphi=\frac{K_{BC}-K_{AB}}{1+K_{AB}\cdot K_{BC}};$$

$$tg\varphi=\frac{\frac{1}{3}+\frac{7}{5}}{1-\frac{7}{5}\cdot\frac{1}{3}}; \quad tg\varphi=\frac{\frac{26}{15}}{-\frac{8}{15}}; \quad tg\varphi=-\frac{26}{8}; \quad tg\varphi=-3{,}25; \quad \varphi=-arctg3{,}25.$$

№3. Үч бурчтуктун $A(1;-2)$, $B(3;2)$ жана $C(-3;0)$ чоккулары берилген.

1. Үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин төмөнкү формула менен табабыз**.**

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

(AB) $\frac{x-1}{3-1}=\frac{y+2}{2+2}$

$4x-4=2y+4$

$2x-y-4=0$

$y=2x-4$

$K_{AB}=2$

(BC) $\frac{x-3}{-3-3}=\frac{y-2}{0-2}$

$-2x+6=-9y+18$

$2x-9y+12=0$

$y=\frac{2}{9}x+\frac{4}{3}$

$K_{BC}=\frac{2}{9}$

(AC) $\frac{x-1}{-3-1}=\frac{y+2}{0+2}$

$2x-2=-4y-8$

$2x+4y+6=0$

$x+2y+3-0$

$y=-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

$K_{AC}=-\frac{1}{2}$

2. B чоккусунан жүргүзүлгөн BD бийиктиги үч бурчтуктун AC жагына перпендикуляр болгондуктан, түз сызыктардын перпендикулярдуулук шартынан $K_{BD}=-\frac{1}{K_{AC}}$ экендиги келип чыгат. Анда $K_{BD}=2$ болот, ошондуктан $y-y_0=k(x-x_0)$ формуласын колдонуп BD бийиктигинин теңдемесин алабыз.

$y-2=2(x-3)$

$y-2=2x-6$

$2x-y-4=0$

3. Үч бурчтуктун C чокусунан түшүрүлгөн медиананын теңдемесин анын аныктамасын колдонуп табабыз. Ал үчүн биз AB жагынын тең ортосунун координаталарын төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$x=\frac{x_1+x_2}{2};\ y=\frac{y_1+y_2}{2};\quad M(x;y)\quad x=\frac{1+3}{2}=2;\quad y=\frac{-2+2}{2}-0;\quad M(2;0);$

CM медианасынын теңдемесин түзүп алабыз:

$$\frac{x+3}{2+3}=\frac{y-0}{0-0};\ y=0.$$

CM медианасынын узундугун $d=|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ формуласынын жардамында эсептейбиз: $d=|CM|=\sqrt{(2+3)^2+(0-0)^2}=\sqrt{25}=5$

4. ABC бурчун AB жана BC түз сызыктарынын арасындагы бурч катарында, төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$$tg\varphi=\frac{K_2-K_1}{1+K_1\cdot K_2};\qquad tg\varphi=\frac{K_{BC}-K_{AB}}{1+K_{AB}\cdot K_{BC}};$$

$$K_{AB}=2\quad K_{BC}=\frac{2}{9}\qquad tg\varphi=\frac{\frac{2}{9}-2}{1+\frac{4}{9}}=\frac{-\frac{16}{9}}{\frac{13}{9}}=-\frac{16}{13};$$

$$tg\varphi=-\frac{16}{13};\quad \varphi=-arctg1.23.$$

№4. Үч бурчтуктун $A(-2;3)$, $B(3;4)$ жана $C(6;-1)$ чоккулары берилген.

1. Үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин төмөнкү формула менен табабыз.

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

$(AB)\frac{x+2}{3+2}=\frac{y-3}{4-3}$

$x+2=5y-15$

$x-5y+17=0$

$y=\frac{1}{5}x+\frac{17}{5}$

$K_{AB}=\frac{1}{5}$

$(BC)\frac{x-3}{6-3}=\frac{y-4}{-1-4}$

$-5x+15=3y-12$

$5x+3y-27=0$

$y=-\frac{5}{3}x+9$

$K_{AC}=-\frac{5}{3}$

$(AC)\frac{x+2}{6+2}=\frac{y-3}{-1-3}$

$-4x-8=8y-24$

$x+2y-4=0$

$y=-\frac{1}{2}x+2$

$K_{AC}=-\frac{1}{2}$

2. B чоккусунан жүргүзүлгөн BD бийиктиги үч бурчтуктун AC жагына перпендикуляр болгондуктан, түз сызыктардын перпендикулярдуулук шартынан $K_{BD} = -\frac{1}{K_{AC}}$ экендиги келип чыгат. Анда $K_{BD} = 2$ болот, ошондуктан $y - y_0 = k(x - x_0)$ формуласын колдонуп BD бийиктигинин теңдемесин алабыз.

$$y - 2 = 2(x - 3)$$
$$y - 2 = 2x - 6$$
$$2x - y - 4 = 0$$

4. Үч бурчтуктун C чокусунан түшүрүлгөн медиананын теңдемесин анын аныктамасын колдонуп табабыз. Ал үчүн биз AB жагынын тең ортосунун координаталарын төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2};\ y = \frac{y_1 + y_2}{2};\ x = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2}; \quad y = \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2}. \qquad M(-\frac{1}{2};\frac{7}{2})$$

CM медианасынын теңдемесин түзүп алабыз:

$$\frac{x-6}{-\frac{1}{2}-6} = \frac{y+1}{\frac{7}{2}+1}$$
$$9x - 54 = -13y - 13$$
$$9x + 13y - 41 = 0$$

CM медианасынын узундугун $d = |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ формуласынын жардамында эсептейбиз: $d = |CM| = \sqrt{(\frac{1}{2} - 6)^2 + (\frac{7}{2} + 1)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{202} \approx 7{,}1$

4. ABC бурчун AB жана BC түз сызыктарынын арасындагы бурч катарында, төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$$tg\varphi = \frac{K_2 - K_1}{1 + K_1 \cdot K_2}; \qquad tg\varphi = \frac{K_{BC} - K_{AB}}{1 + K_{AB} \cdot K_{BC}};$$

$$K_{AB} = \frac{1}{5} \qquad tg\varphi = \frac{-\frac{5}{3} - \frac{1}{5}}{1 - \frac{5}{15}} = \frac{-\frac{28}{15}}{\frac{10}{15}} = -\frac{28}{15} \cdot \frac{15}{10} = -\frac{14}{5}$$

$$K_{BC} = -\frac{5}{3} \qquad tg\varphi = -\frac{14}{5};$$

№5. Үч бурчтуктун $A(4;2)$, $B(2;0)$ жана $C(-1;3)$ чоккулары берилген.

1. Үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин төмөнкү формула менен табабыз**.**

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$(AB)\,\dfrac{x-4}{2-4}=\dfrac{y-2}{0-2}$ $\qquad (BC)\,\dfrac{x-2}{-1-2}=\dfrac{y-0}{3-0}$ $\qquad (AC)\,\dfrac{x-4}{-1-4}=\dfrac{y-2}{3-2}$

$(-2)(x-4)=(-2)(y-2\ )$ $\qquad 3(x-2)=-3y$ $\qquad x-4=-5y+10$

$x-4=y-2$ $\qquad x-2=-y$ $\qquad x+5y-14=0$

$y=x-2$ $\qquad y=-x+2$ $\qquad y=-\dfrac{1}{5}x+\dfrac{14}{5}$

$K_{AB}=1$ $\qquad K_{BC}=-1$ $\qquad K_{AC}=-\dfrac{1}{5}$

2. B чоккусунан жүргүзүлгөн BD бийиктиги үч бурчтуктун AC жагына перпендикуляр болгондуктан, түз сызыктардын перпендикулярдуулук шартынан $K_{BD}=-\dfrac{1}{K_{AC}}$ экендиги келип чыгат. Анда $K_{BD}=5$ болот, ошондуктан $y-y_0=k(x-x_0)$ формуласын колдонуп BD бийиктигинин теңдемесин алабыз.

$$y-0=5(x-2)$$
$$5x-y-10=0$$

3. Үч бурчтуктун C чокусунан түшүрүлгөн медиананын теңдемесин анын аныктамасын колдонуп табабыз. Ал үчүн биз AB жагынын тең ортосунун координаталарын төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$x=\dfrac{x_1+x_2}{2}$; $y=\dfrac{y_1+y_2}{2}$; $\quad x=\dfrac{2+4}{2}=3$; $\quad y=\dfrac{2+0}{2}=1.$ $\qquad M(3;1)$

CM медианасынын теңдемесин түзүп алабыз:

$$\frac{x+1}{3+1}=\frac{y-3}{1-3}$$
$$-2x-2=3y-9$$
$$2x+3y-7=0$$

CM медианасынын узундугун $d=|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ формуласынын жардамында эсептейбиз: $d=|CM|=\sqrt{(2{,}5+1)^2+(1-3)^2}=\sqrt{16{,}25}\approx 4{,}03$

4. ABC бурчун AB жана BC түз сызыктарынын арасындагы бурч катарында, төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$tg\varphi=\dfrac{K_2-K_1}{1+K_1\cdot K_2}$; $\qquad tg\varphi=\dfrac{K_{BC}-K_{AB}}{1+K_{AB}\cdot K_{BC}}$;

$$tg\varphi=\frac{-1-1}{1-1};$$
$$tg\varphi=\infty;$$
$$\varphi=0^\circ$$

№6. Үч бурчтуктун $A(-4;3)$, $B(3;-2)$ жана $C(5;4)$ чоккулары берилген.

1. Үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин төмөнкү формула менен табабыз.

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

(AB) $\dfrac{x+4}{3+4}=\dfrac{y-3}{-2-3}$

$-5x-20=7y-21$

$5x+7y-1=0$

$y=-\dfrac{5}{7}x+\dfrac{1}{7}$

$K_{AB}=-\dfrac{5}{7}$

(BC) $\dfrac{x-3}{5-3}=\dfrac{y+2}{4+2}$

$6x-18=2y+4$

$6x-2y-22=0$

$3x-y-11=0$

$y=3x-11$

$K_{BC}=3$

(AC) $\dfrac{x+4}{5+4}=\dfrac{y-3}{4-3}$

$x+4=9y-27$

$x-9y+31=0$

$y=\dfrac{x}{9}+\dfrac{31}{9}$

$K_{AC}=\dfrac{1}{9}$

2. B чоккусунан жүргүзүлгөн BD бийиктиги үч бурчтуктун AC жагына перпендикуляр болгондуктан, түз сызыктардын перпендикулярдуулук шартынан $K_{BD}=-\dfrac{1}{K_{AC}}$ экендиги келип чыгат. Анда $K_{BD}=-9$ болот, ошондуктан $y-y_0=k(x-x_0)$ формуласын колдонуп BD бийиктигинин теңдемесин алабыз.

$y+2=-9x+27$

$9x+y-25=0$

3. Үч бурчтуктун C чокусунан түшүрүлгөн медиананын теңдемесин анын аныктамасын колдонуп табабыз. Ал үчүн биз AB жагынын тең ортосунун координаталарын төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$x=\dfrac{x_1+x_2}{2}$; $y=\dfrac{y_1+y_2}{2}$; $x=\dfrac{-4+3}{2}=-\dfrac{1}{2}$; $y=\dfrac{3-2}{2}=\dfrac{1}{2}$. $M(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2})$

CM медианасынын теңдемесин түзүп алабыз:

$$\frac{x-5}{-\frac{1}{2}-5}=\frac{y-4}{\frac{1}{2}-4}$$

$$\frac{x-5}{-11}=\frac{y-4}{-7}$$

$7x-35=11y-44$

$7x-11y+9=0$

CM медианасынын узундугун $d=|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ формуласынын жардамында эсептейбиз: $d=|CM|=\sqrt{(-0{,}5-5)^2+(0{,}5-4)^2}=\sqrt{42{,}5}\approx 6{,}5$

4. ABC бурчун AB жана BC түз сызыктарынын арасындагы бурч катарында, төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$$tg\varphi = \frac{K_2 - K_1}{1 + K_1 \cdot K_2}; \qquad tg\varphi = \frac{K_{BC} - K_{AB}}{1 + K_{AB} \cdot K_{BC}};$$

$$tg\varphi = \frac{3 + \frac{5}{7}}{1 + 3\left(-\frac{5}{7}\right)}; \quad tg\varphi = \frac{\frac{26}{7}}{-\frac{8}{7}}; \quad tg\varphi = -\frac{26}{8}; \qquad tg\varphi \approx 3{,}25.$$

7. Үч бурчтуктун $A(-3;2)$, $B(2;3)$ жана $C(5;-2)$ чоккулары берилген.

1. Үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин төмөнкү формула менен табабыз**.**

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$(AB)\ \frac{x+3}{2+3} = \frac{y-2}{3-2} \qquad (BC)\ \frac{x-2}{5-2} = \frac{y-3}{-2-3} \qquad (AC)\frac{x+3}{5+3} = \frac{y-2}{-2-2}$$

$$x + 3 = 5y - 10 \qquad -5x + 10 = 3y - 9 \qquad -4x - 12 = 8y - 16$$

$$x - 5y + 13 = 0 \qquad -5x - 3y + 19 = 0 \qquad -4x - 12 - 8y + 16 = 0$$

$$y = -\frac{1}{5}x - \frac{13}{5} \qquad 5x + 3y - 19 = 0 \qquad 4x + 8y - 4 = 0$$

$$K_{AB} = -\frac{1}{5} \qquad y = -\frac{5}{3}x + \frac{19}{3} \qquad x + 2y - 1 = 0$$

$$K_{BC} = -\frac{5}{3} \qquad K_{AC} = -\frac{1}{2}$$

2. B чоккусунан жүргүзүлгөн BD бийиктиги үч бурчтуктун AC жагына перпендикуляр болгондуктан, түз сызыктардын перпендикулярдуулук шартынан $K_{BD} = -\frac{1}{K_{AC}}$ экендиги келип чыгат. Анда $K_{BD} = 2$ болот, ошондуктан $y - y_0 = k(x - x_0)$ формуласын колдонуп BD бийиктигинин теңдемесин алабыз.

$$y - 3 = 2(x - 2)$$

$$y - 2x + 1 = 0$$

$$2x - y - 1 = 0$$

3. Үч бурчтуктун C чокусунан түшүрүлгөн медиананын теңдемесин анын аныктамасын колдонуп табабыз. Ал үчүн биз AB жагынын тең ортосунун координаталарын төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}; \ y = \frac{y_1 + y_2}{2}; \ x = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2}; \quad y = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}. \qquad M(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2})$$

CM медианасынын теңдемесин түзүп алабыз:

$$\frac{x-5}{-\frac{1}{2}-5}=\frac{y+2}{\frac{5}{2}+2}$$

$$\frac{x-5}{-11}=\frac{y+2}{9}$$

$$9x-45=-11y-22$$

$$9x+11y-23=0$$

CM медианасынын узундугун $d=|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ формуласынын жардамында эсептейбиз: $d=|CM|=\sqrt{(-\frac{1}{2}-5)^2+(\frac{5}{2}+2)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{202}=7{,}1$

4. ABC бурчун AB жана BC түз сызыктарынын арасындагы бурч катарында, төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$$tg\varphi=\frac{K_2-K_1}{1+K_1\cdot K_2}; \qquad tg\varphi=\frac{K_{BC}-K_{AB}}{1+K_{AB}\cdot K_{BC}};$$

$$tg\varphi=\frac{\frac{5}{3}+\frac{1}{5}}{1-\frac{5}{15}}=\frac{\frac{28}{15}}{\frac{10}{15}}=\frac{28}{10}=2{,}8$$

$$tg\varphi=2{,}8$$

№8. Үч бурчтуктун $A(4;-5)$, $B(-2;4)$ жана $C(-4;0)$ чоккулары берилген.

1. Үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин төмөнкү формула менен табабыз**.**

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

(AB) $\frac{x-4}{-2-4}=\frac{y-5}{4+5}$

$$9x-36=-6y+30$$
$$9x+6y-66=0$$
$$6y=-9x+66$$
$$y=-\frac{3}{2}x+11$$
$$K_{AB}=-\frac{3}{2}$$

(BC) $\frac{x+2}{-4+2}=\frac{y-4}{0-4}$

$$-4x-8=-2y+8$$
$$-4x+2y-16=0$$
$$2x-y+8=0$$
$$y=2x+8$$
$$K_{BC}=2$$

(AC) $\frac{x-4}{-4-4}=\frac{y+5}{0+5}$

$$5x-20=-8y-40$$
$$5x+8y+20=0$$
$$8y=-5x-20$$
$$y=-\frac{5}{8}x-\frac{20}{8}$$
$$K_{AC}=-\frac{5}{8}$$

2. B чоккусунан жүргүзүлгөн BD бийиктиги үч бурчтуктун AC жагына перпендикуляр болгондуктан, түз сызыктардын перпендикулярдуулук шартынан $K_{BD}=-\frac{1}{K_{AC}}$ экендиги келип чыгат. Анда $K_{BD}=\frac{8}{5}$ болот, ошондуктан $y-y_0=k(x-x_0)$ формуласын колдонуп BD бийиктигинин теңдемесин алабыз.

$$y-4=\frac{8}{5}(x+2); \quad 5y-20=8x+16; \quad 8x-5y+36=0,$$

3. Үч бурчтуктун C чокусунан түшүрүлгөн медиананын теңдемесин анын аныктамасын колдонуп табабыз. Ал үчүн биз AB жагынын тең ортосунун координаталарын төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$$x=\frac{x_1+x_2}{2}; \; y=\frac{y_1+y_2}{2}; \; x=\frac{4-2}{2}=1; \quad y=\frac{-5+4}{2}=-\frac{1}{2}. \qquad M(1;-\frac{1}{2})$$

CM медианасынын теңдемесин түзүп алабыз:

$$\frac{x+4}{1+4}=\frac{y}{-\frac{1}{2}}; \quad \frac{x+4}{5}=-2y; \quad x+4=-10y; \quad x+10y+4=0.$$

CM медианасынын узундугун $d=|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ формуласынын жардамында эсептейбиз: $d=|CM|=\sqrt{(1+4)^2+(-0{,}5+0)^2}=\sqrt{25{,}25}\approx 5{,}02$

4. ABC бурчун AB жана BC түз сызыктарынын арасындагы бурч катарында, төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$$tg\varphi=\frac{K_2-K_1}{1+K_1\cdot K_2}; \; tg\varphi=\frac{K_{BC}-K_{AB}}{1+K_{AB}\cdot K_{BC}}; \; tg\varphi=\frac{2+\frac{3}{2}}{1-\frac{6}{2}}; \quad tg\varphi=\frac{\frac{7}{2}}{-2}; \quad tg\varphi=-\frac{7}{4}; \quad tg\varphi=-1{,}75,$$

№9. Үч бурчтуктун $A(2;-1)$, $B(4;3)$ жана $C(-2;1)$ чоккулары берилген.

1. Үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин төмөнкү формула менен табабыз.

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

(AB) $\frac{x-2}{4-2}=\frac{y+1}{3+1}$

$4x-8=2y+2$

$4x-2y-10=0$

$2x-y-5=0$

$y=2x-5$

$K_{AB}=2$

(BC) $\frac{x-4}{-2-4}=\frac{y-3}{1-3}$

$-2x+8=-6y+18$

$-2x+6y-10=0$

$x-3y+5=0$

$-3y=-x-5$

$y=\frac{x}{3}+\frac{5}{3}$

$K_{BC}=\frac{1}{3}$

(AC) $\frac{x-2}{-2-2}=\frac{y+1}{1+1}$

$2x-4=-4y-4$

$2x+4y=0$

$x+2y=0$

$y=-\frac{1}{2}x$

$K_{AC}=-\frac{1}{2}$

2. B чоккусунан жүргүзүлгөн BD бийиктиги үч бурчтуктун AC жагына перпендикуляр болгондуктан, түз сызыктардын перпендикулярдуулук

шартынан $K_{BD} = -\frac{1}{K_{AC}}$ экендиги келип чыгат. Анда $K_{BD} = 2$ болот, ошондуктан $y - y_0 = k(x - x_0)$ формуласын колдонуп BD бийиктигинин теңдемесин алабыз.

$$y - 3 = 2(x - 4); \quad y - 3 = 2x - 8; \quad 2x - y - 5 = 0.$$

3. Үч бурчтуктун C чокусунан түшүрүлгөн медиананын теңдемесин анын аныктамасын колдонуп табабыз. Ал үчүн биз AB жагынын тең ортосунун координаталарын төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}; \; y = \frac{y_1 + y_2}{2}; \; x = \frac{4+2}{2} = 3; \quad y = \frac{-1+3}{2} = 1. \qquad M(3;1)$$

CM медианасынын теңдемесин түзүп алабыз:

$$\frac{x+2}{3+2} = \frac{y-1}{1-1}; \quad y - 1 = 0; \quad y = 1.$$

CM медианасынын узундугун $d = |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ формуласынын жардамында эсептейбиз: $d = |CM| = \sqrt{(3+2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{29}.$

4. ABC бурчун AB жана BC түз сызыктарынын арасындагы бурч катарында, төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$$tg\varphi = \frac{K_2 - K_1}{1 + K_1 \cdot K_2}; \; tg\varphi = \frac{K_{BC} - K_{AB}}{1 + K_{AB} \cdot K_{BC}}; \quad tg\varphi = \frac{\frac{1}{3} - 2}{1 + \frac{2}{3}}; \quad tg\varphi = \frac{-\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}}; \quad tg\varphi = -1;$$

№10. Үч бурчтуктун $A(-2;3)$, $B(1;4)$ жана $C(6;-1)$ чоккулары берилген.

1. Үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин төмөнкү формула менен табабыз.

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

(AB) $\quad \frac{x+2}{1+2} = \frac{y-3}{4-3}$

$$x + 2 = 3y - 9$$
$$x - 3y + 11 = 0$$
$$3y = x + 11$$
$$y = \frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$$
$$K_{AB} = \frac{1}{3}$$

(BC) $\quad \frac{x-1}{6-1} = \frac{y-4}{-1-4}$

$$x - 1 = -y + 4$$
$$x + y - 5 = 0$$
$$y = -x + 5$$
$$K_{BC} = -1$$

(AC) $\quad \frac{x+2}{6+2} = \frac{y-3}{-1-3}$

$$-4x - 8 = 8y - 24$$
$$-4x - 8y + 16 = 0$$
$$x + 2y - 4 = 0$$
$$2y = -x + 4$$
$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$
$$K_{AC} = -\frac{1}{2}$$

2. B чоккусунан жүргүзүлгөн BD бийиктиги үч бурчтуктун AC жагына перпендикуляр болгондуктан, түз сызыктардын перпендикулярдуулук шартынан $K_{BD} = -\frac{1}{K_{AC}}$ экендиги келип чыгат. Анда $K_{BD} = 2$ болот, ошондуктан $y - y_0 = k(x - x_0)$ формуласын колдонуп BD бийиктигинин теңдемесин алабыз.

$$y - 4 = 2(x - 1)$$
$$y - 4 = 2x - 2$$
$$2x - y + 2 = 0$$

3.Үч бурчтуктун C чокусунан түшүрүлгөн медиананын теңдемесин анын аныктамасын колдонуп табабыз. Ал үчүн биз AB жагынын тең ортосунун координаталарын төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}; \; y = \frac{y_1 + y_2}{2};$$

$$x = \frac{-2 + 1}{2} = -\frac{1}{2};$$
$$y = \frac{4 + 3}{2} = \frac{7}{2}; \qquad M(-\frac{1}{2}; \frac{7}{2}).$$

CM медианасынын теңдемесин түзүп алабыз:

$$\frac{x - 6}{-\frac{1}{2} - 6} = \frac{y + 1}{\frac{7}{2} + 1}$$
$$\frac{x - 6}{-13} = \frac{y + 1}{9}$$
$$9(x - 6) = (-13)(y + 3)$$
$$9x - 54 = -13y - 39$$
$$9x + 13y - 15 = 0$$

CM медианасынын узундугун $d = |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ формуласынын жардамында эсептейбиз: $d = |CM| = \sqrt{(-0{,}5 - 6)^2 + (3{,}5 + 1)^2} = \sqrt{65{,}5} \approx 7{,}9$

4. ABC бурчун AB жана BC түз сызыктарынын арасындагы бурч катарында, төмөнкү формуланын жардамында аныктап алабыз:

$$tg\varphi = \frac{K_2 - K_1}{1 + K_1 \cdot K_2}; \qquad tg\varphi = \frac{K_{BC} - K_{AB}}{1 + K_{AB} \cdot K_{BC}};$$

$$tg\varphi=\frac{-1-\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}};\qquad tg\varphi=\frac{-\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}};\qquad tg\varphi=-2;$$

§ 2. Векторлор жана алардын үстүнөн жүргүзүлгөн амалдар.

1. $\vec{a}=A\vec{B}=(x_2-x_1;y_2-y_1;z_2-z_1)-$ $A(x_1;y_1;z_1)$ жана $B(x_2;y_2;z_2)$ чекиттери аркылуу өткөн түз векторду табуунун формуласы**.**

2. $|\vec{a}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ $-$ $\vec{a}=\{x;y;z\}$ векторунун модулун табуунун формуласы.

3. $\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\varphi-$ векторлордун скалярдык көбөйтүндүсүн табуунун формулалары.

4. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0-$ векторлордун перпендикулярдуулук шарты.

5. $\cos\varphi=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}-$ эки вектордун арасындагы бурчту табуунун формуласы.

6. $[\vec{a}\cdot\vec{b}]=\begin{vmatrix}\bar{i} & \bar{j} & \bar{k}\\ x_1 & y_1 & z_1\\ x_2 & y_2 & z_2\end{vmatrix}-$ векторлордун вектордук көбөйтүндүсүн табуунун формуласы.

№1. $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3$ жана $\vec{b}$ векторлору берилген. $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3$ векторлору базисти түзө тургандыгын көрсөткүлө жана ал базистеги $\vec{b}$ векторунун координаталарын тапкыла.

$\vec{a}_1=(4;5;2)$; $\vec{a}_2=(3;0;1)$; $\vec{a}_3=(-1;4;2)$ жана $\vec{b}=(5;7;8)$ векторлорунун координаталары берилген.

Берилген.векторлорлордун координаталарынан матрица түзөбүз жана анын рангын аныктайбыз.

$$A=\begin{pmatrix}4&3&-1\\5&0&4\\2&1&2\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}4&3&-1\\5&0&4\\2&1&2\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}4&3&-1\\0&15&-25\\0&2&-10\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}4&3&-1\\0&15&-25\\0&0&100\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}4&0&0\\0&15&0\\0&0&100\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

А матрицасынын $rangA = 3$ болгондуктан $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ векторлору 3 ченемдүү R^3 мейкиндигинде базисти түзүшөт.

Аныкталган базисте $\vec{b}$ векторунун координаталарын табабыз.

$$\begin{cases} 4x+3y-z=5 \\ 5x+4z=7 \\ 2x+y+2z=8 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2:8 \\ 5 & 0 & 4:7 \\ 4 & 3 & -1:5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2:8 \\ 0 & 5 & 2:26 \\ 0 & -1 & 5:11 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2:8 \\ 0 & 5 & 2:26 \\ 0 & 0 & 27:81 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x+y+2z=8 \\ 5y+2z=26 \\ 27z=81 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y=8-2\cdot 3 \\ 5y=26-2\cdot 3 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=2-4 \\ y=4 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=4 \\ z=3 \end{cases}$$

$\vec{b}$ векторунун берилген базистеги координаталары $(-1:4:3)$.

№2-5. Пирамиданын чоккуларынын координаталары $A(x_1;y_1;z_1)$, $B(x_2;y_2;z_2)$, $C(x_3;y_3;z_3)$ жана $D(x_4,y_4;z_4)$ берилген болсо, анда төмөнкүлөрдү тапкыла:

1. $\overline{a} = A\overline{B}, \overline{b} = A\overline{C}, \ \overline{c} = A\overline{D}$ векторлорунун координаталарын;
2. $\overline{a}$ жана $_Б$ векторлорунун скалярдык көбөйтүндүсүн;
3. $A\overline{D}$ жана $B\overline{C}$ векторлорунун арасындагы бурчту;
4. $C\overline{D}$ жана $A\overline{B}$ векторлорунун вектордук көбөйтүндүсүн;
5. ΔABC үч бурчтугунун аянтын;

№2. Пирамиданын чоккуларынын координаталары $A(3;1;4)$, $B(2;0;0)$, $C(3;-1;2)$ жана $D(3;2;-1)$ берилген.

1. Векторлордун координаталарын төмөнкү формула менен табабыз:
$\overline{a} = A\overline{B} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$

$\overline{a} = A\overline{B} = (2-3;0-1;0-4) = (-1;-1;-4);$ $\quad \overline{a} = (-1;-1;-4)$

$\overline{b} = A\overline{C} = (3-3;-1-1;2-4) = (0;-2;-2);$ $\quad \overline{b} = (0;-2;-2)$

$\overline{c} = A\overline{D} = (3-3;2-1;-1-4) = (0;1;-5);$ $\quad \overline{c} = (0;1;-5)$

2. $\overline{a}$ жана $_Б$ векторлорунун скалярдык көбөйтүндүсүн төмөнкү формула менен аныктайбыз: $\overline{a}\cdot\overline{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$

$\overline{a}\cdot\overline{b} = (-1)\cdot 0 + (-1)(-2) + (-4)(-2) = 0 + 2 + 8 = 10$

3. $A\overline{D}$ жана $B\overline{C}$ векторлорунун арасындагы бурчту төмөнкү формула аркылуу аныктайбыз: $\cos\varphi = \dfrac{A\overline{D}\cdot B\overline{C}}{|A\overline{D}||B\overline{C}|}$ $\quad \vec{d} = \overline{BC} = (3-2;-1-0;2-0) = (1;-1;2)$

$$\cos\varphi = \frac{0\cdot 1 + 1\cdot(-1) + (-5)\cdot 2}{\sqrt{0^2+1^2+(-5)^2}\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}}; \ \cos\varphi = -\frac{11}{\sqrt{156}}; \quad \cos\varphi \approx -0{,}88; \quad \varphi = \arccos\ 0{,}88$$

4. $C\overline{D}$ жана $A\overline{B}$ векторлорунун вектордук көбөйтүндүсүн төмөнкү формула менен табабыз:

$$\left[C\overline{D}\cdot A\overline{B}\right]=\begin{vmatrix}\bar{i} & \bar{j} & \bar{k}\\ x_1 & y_1 & z_1\\ x_2 & y_2 & z_2\end{vmatrix};\quad \vec{f}=C\overline{D}=(3-3;2+1;-1-2)=(0;3;-3)$$

$$\left[\overline{CD}\cdot\overline{AB}\right]=\begin{vmatrix}\bar{i} & \bar{j} & \bar{k}\\ -1 & -1 & -4\\ 0 & 3 & -3\end{vmatrix}=\bar{i}\begin{vmatrix}-1 & -4\\ 3 & -3\end{vmatrix}+\bar{j}\begin{vmatrix}-1 & -4\\ 0 & -3\end{vmatrix}+\bar{k}\begin{vmatrix}-1 & -1\\ 0 & 3\end{vmatrix}=15\bar{i}+3\bar{j}-3\bar{k};$$

$$\left[\overline{CD}\cdot\overline{AB}\right]=(15;3;-3)$$

5. ΔABC үч бурчтугунун аянтын төмөнкү формула аркылуу эсептейбиз:

$$S=\frac{1}{2}\left|\left[\overline{CD}\cdot\overline{AB}\right]\right|\qquad S=\frac{1}{2}\sqrt{225+9+9}=\frac{1}{2}\sqrt{243}=\frac{9}{2}\sqrt{3};\qquad S=4.5\sqrt{3}см^2$$

№3. $ABCD$ пирамидасынын чоккуларынын координаталары $A(-1;2;4)$, $B(1;2;0)$, $C(3;1;2)$ жана $D(0;3;0)$ берилген.

1. Векторлордун координаталарын төмөнкү формула менен табабыз:

$$\bar{a}=A\overline{B}=\left(x_2-x_1:y_2-y_1:z_2-z_1\right)$$

$$\bar{a}=\overline{AB}=(1+1;2-2;0-4)=(2;0;-4)\qquad \bar{a}=(2;0;-4)$$
$$\vec{b}=\overline{AC}=(3+1;1-2;2-4)=(4;-1;-2)\qquad \vec{b}=(4;-1;-2)$$
$$\bar{c}=\overline{AD}=(0+1;3-2;0-4)=(1;1;-4)\qquad \bar{c}=(1;1;-4)$$

2. $\bar{a}$ жана $_Б$ векторлорунун скалярдык көбөйтүндүсүн төмөнкү формула менен аныктайбыз: $\bar{a}\cdot\vec{b}=x_{1.}\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2$; $\bar{a}\cdot\vec{b}=2\cdot4+0\cdot(-1)+(-4)\cdot(-2)=8+0+8=16$

3. $A\overline{D}$ жана $B\overline{C}$ векторлорунун арасындагы бурчту төмөнкү формула аркылуу аныктайбыз: $\cos\varphi=\dfrac{A\overline{D}\cdot B\overline{C}}{\left|A\overline{D}\right|\left|B\overline{C}\right|}$ $\quad\vec{d}=\overline{BC}=(3-1;1-2;2-0)=(2;-1;2)$

$$\cos\varphi=\frac{1\cdot2+1\cdot(-1)+(-4)\cdot2}{\sqrt{1^2+1^2+(-4)^2}\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}};\cos\varphi=-\frac{7}{\sqrt{162}};\cos\varphi=-\frac{7}{9\sqrt{2}};$$
$$\cos\varphi\approx-0{,}55;\varphi=\arccos\ 0{,}55$$

4. $C\overline{D}$ жана $A\overline{B}$ векторлорунун вектордук көбөйтүндүсүн төмөнкү формула менен табабыз: $\left[\vec{f}\cdot\vec{a}\right]=\left\{\begin{vmatrix}y_1z_1\\ y_2z_2\end{vmatrix};-\begin{vmatrix}x_1z_1\\ x_2z_2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}x_1y_1\\ x_2y_2\end{vmatrix}\right\}$; $\quad\vec{f}=C\overline{D}=(0-3;3-1;0-2)=(-3;2;-2)$

$$\left[\vec{f}\cdot\vec{a}\right]=\left\{\begin{vmatrix} 0 & -4 \\ 2 & -2 \end{vmatrix};-\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -3 & -2 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}\right\}=\{-8;-8;4\};\ \left[\vec{f}\cdot\vec{a}\right]=(-8;-8;4).$$

5. ΔABC үч бурчтугунун аянтын төмөнкү формула аркылуу эсептейбиз:

$$S=\frac{1}{2}\left|\left[\overline{CD}\cdot\overline{AB}\right]\right| \quad S=\frac{1}{2}\sqrt{64+64+4}=\frac{1}{2}\sqrt{132}=\frac{2}{2}\sqrt{33}; \quad S=\sqrt{33}см^2$$

№4. $ABCD$ пирамидасынын чоккуларынын координаталары $A(2;-1;3),\ B(-2;0;3),\ C(1;0;3)$ жана $D(-3;1;0)$ берилген.

1. Векторлордун координаталарын төмөнкү формула менен табабыз:
$\overline{a}=A\overline{B}=(x_2-x_1:y_2-y_1:z_2-z_1)$

$\vec{a}=\overline{AB}=(-2-2;\ 0-(-1);\ 3-3)=(-4;1;0)$ $\qquad\qquad \vec{a}=(-4;1;0)$
$\vec{b}=\overline{AC}=(1-2;0-(-1);\ 3-3)=(1;1;0)$ $\qquad\qquad \vec{b}=(-1;1;0)$
$\vec{c}=\overline{AD}=(-3-2;\ 1+1;\ 0-3)=(-5;2;-3)$ $\qquad\qquad \vec{c}=(-5;2;-3)$

2. $\overline{a}$ жана $\overline{b}$ векторлорунун скалярдык көбөйтүндүсүн төмөнкү формула менен аныктайбыз: $\overline{a}\cdot\vec{b}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2$; $\quad \vec{a}\cdot\vec{b}=(-4)\cdot(-1)+1\cdot 1+0\cdot 0=4+1=5$

3. $A\overline{D}$ жана $B\overline{C}$ векторлорунун арасындагы бурчту төмөнкү формула аркылуу аныктайбыз: $\cos\varphi=\frac{A\overline{D}\cdot B\overline{C}}{\left|A\overline{D}\right|\left|B\overline{C}\right|}$ $\quad \vec{d}=\overline{BC}=(1-(-2);0-0;3-3)=(3;0;0)$

$$\cos\varphi=\frac{(-5)\cdot 3+2\cdot 0+(-3)\cdot 0}{\sqrt{(-5)^2+2^2+(-3)^2}\sqrt{3^2+0^2+0^2}};\ \cos\varphi=-\frac{15}{3\sqrt{38}};\ \cos\varphi=-\frac{5}{\sqrt{38}};$$

$\cos\varphi\approx -0{,}81; \qquad \varphi=\arccos\ 0{,}81$

4. $C\overline{D}$ жана $A\overline{B}$ векторлорунун вектордук көбөйтүндүсүн төмөнкү формула менен табабыз: $\left[\vec{f}\cdot\vec{a}\right]=\left\{\begin{vmatrix} y_1 z_1 \\ y_2 z_2 \end{vmatrix};-\begin{vmatrix} x_1 z_1 \\ x_2 z_2 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} x_1 y_1 \\ x_2 y_2 \end{vmatrix}\right\}$; $\quad \vec{f}=C\overline{D}=\{-3-1;1-0;0-3\}=\{-4;1;-3\}$

$$\left[\vec{f}\cdot\vec{a}\right]=\left\{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -3 \end{vmatrix};-\begin{vmatrix} -4 & 0 \\ -4 & -3 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} -4 & 1 \\ -4 & 1 \end{vmatrix}\right\}=\{-3;-12;0\}; \qquad \left[\vec{f}\cdot\vec{a}\right]=(-3;-12;0).$$

5. ΔABC үч бурчтугунун аянтын төмөнкү формула аркылуу эсептейбиз:

$$S=\frac{1}{2}\left|\left[\overline{CD}\cdot\overline{AB}\right]\right|;\ S=\frac{1}{2}\sqrt{(-3)^2+(-12)^2+0^2}=\frac{1}{2}\sqrt{153}; \quad S=\frac{1}{2}\sqrt{153}см^2.$$

№5. $ABCD$ пирамидасынын чоккуларынын координаталары $A(2;-1;3),\ B(-2;0;3),\ C(1;0;3)$ жана $D(-2;0;2)$

1. Векторлордун координаталарын төмөнкү формула менен табабыз:

$\bar{a} = A\bar{B} = (x_2 - x_1 : y_2 - y_1 : z_2 - z_1)$

$\vec{a} = \overline{AB} = (-2-2;\ 0-(-1);\ 3-3) = (-4;1;0)$ $\qquad \vec{a} = (-4;1;0)$

$\vec{b} = \overline{AC} = (1-2; 0-(-1);\ 3-3) = (1;1;0)$ $\qquad \vec{b} = (-1;1;0)$

$\vec{c} = \overline{AD} = (-2-2;\ 0+1;\ 2-3) = (-4;1;-1)$ $\qquad \vec{c} = (-4;1;-1)$

2. $\bar{a}$ жана $_Б$ векторлорунун скалярдык көбөйтүндүсүн төмөнкү формула менен аныктайбыз: $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_{1} \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$; $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-4) \cdot (-1) + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 4 + 1 = 5$

3. $A\bar{D}$ жана $B\bar{C}$ векторлорунун арасындагы бурчту төмөнкү формула аркылуу аныктайбыз: $\cos\varphi = \dfrac{A\bar{D} \cdot B\bar{C}}{|A\bar{D}||B\bar{C}|}$; $\vec{d} = \overline{BC} = (1-(-2); 0-0; 3-3) = (3;0;0)$

$$\cos\varphi = \frac{(-4)\cdot 3 + 1\cdot 0 + (-1)\cdot 0}{\sqrt{(-4)^2 + 1^2 + (-1)^2}\sqrt{3^2 + 0^2 + 0^2}};\ \cos\varphi = -\frac{12}{3\sqrt{18}};\ \cos\varphi = -\frac{4}{\sqrt{18}};\ \cos\varphi = -\frac{4}{3\sqrt{2}};$$

$\cos\varphi \approx -0{,}95; \qquad \varphi = \arccos 0{,}95.$

4. $C\bar{D}$ жана $A\bar{B}$ векторлорунун вектордук көбөйтүндүсүн төмөнкү формула менен табабыз: $\left[\vec{f} \cdot \vec{a}\right] = \left\{ \begin{vmatrix} y_1 z_1 \\ y_2 z_2 \end{vmatrix}; - \begin{vmatrix} x_1 z_1 \\ x_2 z_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x_1 y_1 \\ x_2 y_2 \end{vmatrix} \right\}$; $\quad \vec{f} = C\bar{D} = \{-2-1; 0-0; 2-3\} = \{-3; 0; -1\}$.

$$\left[\vec{f} \cdot \vec{a}\right] = \left\{ \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}; - \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ -3 & -1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} \right\} = \{-1; -4; 3\}. \quad \left[\vec{f} \cdot \vec{a}\right] = (-1; -4; 3)$$

5. ΔABC үч бурчтугунун аянтын төмөнкү формула аркылуу эсептейбиз:

$$S = \frac{1}{2}\left|\left[\overline{CD} \cdot \overline{AB}\right]\right|;\ S = \frac{1}{2}\sqrt{(-1)^2 + (-4)^2 + 3^2} = \frac{1}{2}\sqrt{26}; \qquad S = \frac{1}{2}\sqrt{26}\text{см}^2.$$

§ 3. Тескери матрица.

A матрицасына тескери матрица төмөнкү формула менен аныкталат:

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta}\tilde{A}$$

мында $\tilde{A}$ – A матрицасына кошумчаланган матрица**,** Δ – A матрицасынын негизги аныктагычы.

A матрицасына тескери матрицаны тапкыла.

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 0\\ 2 & 4 & 2\\ -3 & -1 & 3\end{pmatrix} \qquad \Delta=\begin{vmatrix}-1 & 2 & 0\\ 2 & 4 & 2\\ -3 & -1 & 3\end{vmatrix}=-12-12+0-0-2-12=-38\neq 0$$

A матрицасынын элементтеринин алгебралык толуктоочторун аныктап алабыз:

$$A_{11}=\begin{vmatrix}4 & 2\\ -1 & 3\end{vmatrix}=12+2=14;\quad A_{12}=-\begin{vmatrix}2 & 2\\ -3 & 3\end{vmatrix}=-(6+6)=-12;\ A_{13}=\begin{vmatrix}2 & 4\\ -3 & -1\end{vmatrix}=-2+12=10;$$

$$A_{21}=-\begin{vmatrix}2 & 0\\ -1 & 3\end{vmatrix}=-(6+0)=-6;\ A_{22}=\begin{vmatrix}-1 & 0\\ -3 & 3\end{vmatrix}=-3-0=-3;\ A_{23}=-\begin{vmatrix}-1 & 2\\ -3 & -1\end{vmatrix}=-(1+6)=-7;$$

$$A_{31}=\begin{vmatrix}2 & 0\\ 4 & 2\end{vmatrix}=4-0=4;\quad A_{32}=-\begin{vmatrix}-1 & 0\\ 2 & 2\end{vmatrix}=-(-2-0)=2;\ A_{33}=\begin{vmatrix}-1 & 2\\ 2 & 4\end{vmatrix}=(-1)\cdot 4-2\cdot 2=-8;$$

$$\tilde{A}=\begin{pmatrix}14 & -6 & 4\\ -12 & -3 & 2\\ 10 & -7 & -8\end{pmatrix}-$$ A матрицасынын кошумчаланган матрицасы.

$$A^{-1}=\frac{1}{-38}\begin{pmatrix}14 & -6 & 4\\ -12 & -3 & 2\\ 10 & -7 & -8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{14}{38}; & \frac{6}{38}; & -\frac{4}{38}\\ \frac{12}{38}; & \frac{3}{38}; & -\frac{2}{38}\\ -\frac{10}{38}; & \frac{7}{38}; & \frac{8}{38}\end{pmatrix};\quad A^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{7}{19}; & \frac{3}{19}; & -\frac{2}{19}\\ \frac{6}{19}; & \frac{3}{38}; & -\frac{1}{19}\\ -\frac{5}{19}; & \frac{7}{38}; & \frac{4}{38}\end{pmatrix}$$

Текшерүү:

$$A^{-1}\cdot A=\begin{pmatrix}-\frac{14}{38} & \frac{6}{38} & -\frac{4}{38}\\ \frac{12}{38} & \frac{3}{38} & -\frac{2}{38}\\ -\frac{10}{38} & \frac{7}{38} & \frac{8}{38}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & 2 & 0\\ 2 & 4 & 2\\ -3 & -1 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{14+12+12}{38}; & \frac{-28+24+4}{38}; & \frac{0+12-12}{38}\\ \frac{-12+6+6}{38}; & \frac{24+12+2}{38}; & \frac{0+6-6}{38}\\ \frac{10+14-24}{38}; & \frac{-20+28-8}{38}; & \frac{0+14+24}{38}\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=E$$

§ 4. Сызыктуу теңдемелердин системасы.

Берилген сызыктуу теңдемелердин системасын төмөнкү үч жол менен чыгаргыла:

1. Крамердин эрежеси менен;

2. Гаусстун методу менен;

3. Матрицалык метод менен;

$$\begin{cases} x+2y-3z=-3 \\ 2x-y+2z=5 \\ 3x-y=2 \end{cases}$$

1. Крамердин эрежеси:

$$\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix}=0+12+6-9+2-0=11;\quad \Delta_x=\begin{vmatrix} -3 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}=0+8+15-6-6-0=11$$

$$\Delta_y=\begin{vmatrix} 1 & -3 & -3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix}=0-18-12+45-4-0=11;\Delta_z=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}=-2+30+6-9+5-8=22$$

$$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{11}{11}=1;\quad y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{11}{11}=1;\quad z=\frac{\Delta_z}{\Delta}=\frac{22}{11}=2.\quad \text{Жообу:}\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases}$$

Гаусстун методу:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & : -3 \\ 2 & -1 & 2 & : \ 5 \\ 3 & -1 & 0 & : \ 2 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & : -3 \\ 0 & 5 & -8 & : -11 \\ 0 & 7 & -9 & : -11 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & : -3 \\ 0 & 5 & -8 & : -11 \\ 0 & 0 & -11 & : -22 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases} x+2y-3z=-3 \\ \quad 5y-8z=-11 \\ \quad\quad -11z=-22 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases}$$

$$\text{Жообу:}\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases}$$

Матрицалык метод:

$AX=B-$ сызыктуу теңдемелер системасынын матрицалык түрдө берилиши.

$A^{-1}AX = A^{-1}B$

$X = A^{-1}B$

$A^{-1}A = E -$ бирдик матрица.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 12 + 6 - 9 + 2 - 0 = 11$$

$A_{11} = 2; \quad A_{21} = 3; \quad A_{31} = 1$

$A_{12} = 6; \quad A_{22} = 9; \quad A_{32} = -8$

$A_{13} = 1; \quad A_{23} = 7; \quad A_{33} = -5$

$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & 9 & -8 \\ 1 & 7 & -5 \end{pmatrix} -$ алгебралык толуктоочтордун матрицасы, кошумчаланган матрица.

$A^{-1} = \dfrac{1}{\Delta}\tilde{A} = \dfrac{1}{11}\tilde{A} = \begin{pmatrix} \frac{2}{11} & \frac{3}{11} & \frac{1}{11} \\ \frac{6}{11} & \frac{9}{11} & \frac{-8}{11} \\ \frac{1}{11} & \frac{7}{11} & \frac{-5}{11} \end{pmatrix} -$ тескери матрица.

$x = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} \frac{2}{11} & \frac{3}{11} & \frac{1}{11} \\ \frac{6}{11} & \frac{9}{11} & \frac{-8}{11} \\ \frac{1}{11} & \frac{7}{11} & \frac{-5}{11} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-6+15+2}{11} \\ \frac{-18+45-16}{11} \\ \frac{-3+35-10}{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix};$ Жообу: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$

§1.1. Аналитическая геометрия на плоскости.

1. $d = |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ – ***формула нахождении расстоянии между точками*** $A(x_1; y_1)$ ***и*** $B(x_2; y_2)$.

2. $Ax + By + C = 0$ – ***общее уравнение прямой.***

3. $y - y_0 = k(x - x_0)$ – ***уравнения прямой с угловым коэффициентом*** k.

4. $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1}$ – ***уравнение прямой проходящей через две данные точки***

   $A(x_1; y_1)$ ***и*** $B(x_2; y_2)$.

5. $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 0$ – ***уравнения прямой в отрезках.***

6. $x\cos\theta + y\sin\theta - p = 0$ – ***нормальное уравнения прямой.***

7. $\begin{cases} x = a_x t + x_0 \\ y = a_y t + y_0 \end{cases}$ ***-параметрические уравнения прямой.***

8. $\rho(A\cos\varphi + B\sin\varphi) + C = 0$ – ***уравнения прямой в полярных координатах.***

9. $K_{BD} = -\dfrac{1}{K_{AC}}$ – ***условия перпендикулярности прямых с угловыми***

   коэффициентами $K_{BD},\ K_{AC}$.

10. $K_{BD} = K_{AC}$ – ***условия параллельности прямых с угловыми***

    коэффициентами $K_{BD},\ K_{AC}$.

11. $tg\varphi = \dfrac{K_2 - K_1}{1 + K_1 K_2}$ – ***формула нахождения угла между прямыми с угловыми***

    коэффициентами $K_1,\ K_2$.

12. $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$ – ***общее уравнение окружности.***

13. $x^2 + y^2 = 0$ – ***уравнение окружности с центром в начале координат.***

14. $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ – ***каноническое уравнение эллипса.***

15. $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ – ***каноническое уравнение гиперболы.***

16. $y^2 = 2px$ – ***каноническое уравнение параболы.***

Даны вершины $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ ***и*** $C(x_3,y_3)$ ***треугольника.***

Найти:

1. ***Уравнение сторон треугольника;***
2. ***Уравнение высоты проведенной через вершину*** B ***;***
3. ***Уравнение медианы проведенной через вершину*** C ***;***
4. ***Угол при вершине*** B ***;***

№1. Даны вершины треугольника А(-3,6), В(4,4) и С(-1,2).

1. Уравнение сторон треугольника находим по следующей формуле: $\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}$

$$(AB)\frac{x+3}{4+3}=\frac{y-6}{4-6};\quad (-2)(x+3)=7(y-6);\ -2x-6=7y-42;\ \ 2x+7y-36=0;\ K_{AB}=-\frac{2}{7};$$

$$(BC)\frac{x-4}{-1-4}=\frac{y-4}{2-4};\ (-2)(x-4)=(-5)(y-4);\ -2x+8=-5y+20;\ \ 2x-5y+12=0;K_{BC}=\frac{2}{5};$$

$$(AC)\frac{x+3}{-1+3}=\frac{y-6}{2-6};\ (-4)(x+3)=2(y-6);\ -4x-12=2y-12;\ 2x+y=0;\ K_{AC}=-\frac{1}{2};$$

2. Так, как высота, BD проведенная из вершены B перпендикулярно стороне AC то, из условии перпендикулярности прямых получим $K_{BD}=-\dfrac{1}{K_{AC}}$. Так как $K_{AC}=-\dfrac{1}{2}$ то, $K_{BD}=2$.

Применяя формулы, $y-y_0=k(x-x_0)$ находим уравнения высоты BD

$$y-4=2(x-4)$$
$$y-4=2x-8$$
$$y-4=2x-8$$
$$2x-y-4=0-\textit{уравнение высоты } BD.$$

3. Уравнение медианы проведенной из вершины C, находим по определению медианы. Находим середины отрезка AB на формуле

$$\begin{cases} x=\dfrac{x_1+x_2}{2} \\ y=\dfrac{y_1+y_2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{4-3}{2}=\dfrac{1}{2} \\ y=\dfrac{4+6}{2}=5 \end{cases} \qquad M\left(\frac{1}{2};5\right)$$

Составляем уравнение медианы CM :

$$\frac{x+1}{\frac{1}{2}+1}=\frac{y-2}{5-2};\quad 6(x+1)=3(y-2);\quad 2x+2=y-2;\quad 2x-y+4=0$$

Находим длину медианы CM :

$$d=|CM|=\sqrt{\left(\frac{1}{2}+1\right)^2+(5-2)^2}=\sqrt{\frac{9}{4}+9}=\frac{1}{2}\sqrt{9+36}=\frac{1}{2}\sqrt{45}=\frac{3}{2}\sqrt{5}.$$

4. Угол при вершине B находим как угол между прямыми AB и BC по следующей формуле:

$$tg\varphi = \frac{K_2 - K_1}{1 + K_1 K_2}; \quad tg\varphi = \frac{K_{BC} - K_{AB}}{1 + K_{AB} K_{BC}} = \frac{\frac{2}{5} + \frac{2}{7}}{1 + \left(-\frac{2}{7}\right) \cdot \frac{2}{5}} = \frac{\frac{24}{35}}{\frac{-31}{35}} = -\frac{24}{35} \cdot \frac{35}{31} = -\frac{24}{31}$$

$$tg\varphi \approx -0{,}77. \qquad \varphi = -arctg\,0{,}77. \qquad \varphi = 37^0$$

№2. Даны вершины треугольника $A(2;-5)$, $B(-3;2)$ и $C(3;4)$

1. Уравнение сторон треугольника находим по формуле: $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1}$

$AB: \dfrac{x-2}{-3-2} = \dfrac{y+5}{2+5}$

$$\frac{x-2}{-5} = \frac{y+5}{7}$$

$$7(x-2) = (-5)(y+5)$$

$$7x - 14 = -5y - 25$$

$$7x + 5y + 11 = 0$$

$$K_{AB} = -\frac{7}{5}$$

$BC: \dfrac{x+3}{3+3} = \dfrac{y-2}{4-2}$

$$\frac{x+3}{6} = \frac{y-2}{2}$$

$$2(x+3) = 6(y-2)$$

$$x + 3 = 3y - 6$$

$$x - 3y + 9 = 0$$

$$K_{BC} = \frac{1}{3}$$

$AC: \dfrac{x-2}{3-2} = \dfrac{y+5}{4+5}$

$$9(x-2) = y + 5$$

$$9x - 18 = y + 5$$

$$9x - y - 23 = 0$$

$$K_{AC} = 9$$

2. Уравнение высоты проведенной из вершины B. Так, как данная высота BD перпендикулярна стороне AC, то из условии перпендикулярности прямых мы имеем: $K_{BD} = -\dfrac{1}{K_{AC}}$, mo $K_{BD} = -\dfrac{1}{9}$ то применяя формулу $y - y_0 = k(x - x_0)$, мы имеем

$$y - 2 = -\frac{1}{9}(x+3)$$

$$9(y-2) = -x - 3$$

$$x + 9y - 15 = 0$$

уравнение высоты $BD.$

3. Так, как по определению медианы оно делить противоположную стороны пополам то находим координаты средины отрезка AB:

$$x = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2}; \quad y = \frac{2-5}{2} = -\frac{3}{2}. \qquad M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$$

Составляем уравнению медианы CM :

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}\quad mo,\ \frac{x-3}{-\frac{1}{2}-3}=\frac{y-4}{-\frac{3}{2}-4};\quad \frac{x-3}{-7}=\frac{y-4}{-11}$$

$$(-11)(x-3)=(-7)(y-4)$$
$$-11x+33=-7y+28$$
$$-11x+7y+5=0$$
$$11x-7y-5=0\ \ (CM)$$

Находим длину медианы CM : $d=|CM|=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}-3\right)^2+\left(-\frac{3}{2}-4\right)^2}=\sqrt{\frac{49}{4}+\frac{121}{4}}=\frac{1}{2}\sqrt{170}$

4. Угол при вершине B находим как угол между прямыми AB и BC по следующей формуле: $tg\varphi=\frac{K_2-K_1}{1+K_1\cdot K_2}$; $\quad tg\varphi=\frac{K_{BC}-K_{AB}}{1+K_{AB}\cdot K_{BC}}$ то имеем

$$tg\varphi=\frac{\frac{1}{3}+\frac{7}{5}}{1-\frac{7}{5}\cdot\frac{1}{3}};\quad tg\varphi=\frac{\frac{26}{15}}{-\frac{8}{15}};\quad tg\varphi=-\frac{26}{8};\quad tg\varphi=-3{,}25;\quad \varphi=-arctg3{,}25.$$

№3. Даны вершины треугольника $A(1;-2)$, $B(3;2)$ и $C(-3;0)$

1. Уравнение сторон треугольника находим по формуле: $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$

$$(AB)\ \frac{x-1}{3-1}=\frac{y+2}{2+2}\qquad (BC)\frac{x-3}{-3-3}=\frac{y-2}{0-2}\qquad (AC)\frac{x-1}{-3-1}=\frac{y+2}{0+2}$$

$$4x-4=2y+4\qquad -2x+6=-9y+18\qquad 2x-2=-4y-8$$

$$2x-y-4=0\qquad 2x-9y+12=0\qquad 2x+4y+6=0$$

$$y=2x-4\qquad y=\frac{2}{9}x+\frac{4}{3}\qquad x+2y+3-0$$

$$K_{AB}=2\qquad K_{BC}=\frac{2}{9}\qquad y=-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$$

$$K_{AC}=-\frac{1}{2}$$

2. Уравнение высоты проведенной из вершины B. Так, как данная высота BD перпендикулярна стороне AC, то из условии перпендикулярности прямых мы имеем:

$K_{BD}=-\frac{1}{K_{AC}}$, $\ mo\ \ K_{BD}=2$, то применяя формулу $y-y_0=k(x-x_0)$, мы имеем

$$y-2=2(x-3)$$
$$y-2=2x-6$$
$$2x-y-4=0$$

уравнение высоты BD.

3. Так, как по определению медианы оно делить противоположную стороны пополам то находим координаты средины отрезка AB:

$$x=\frac{2-3}{2}=-\frac{1}{2};\quad y=\frac{2-5}{2}=-\frac{3}{2}.\qquad M(-\frac{1}{2};-\frac{3}{2})$$

Составляем уравнению медианы CM:

$$M(x;y)\quad x=\frac{1+3}{2}=2;\qquad M(2;0);\quad \frac{x+3}{2+3}=\frac{y-0}{0-0};\qquad y=0$$

$$y=\frac{-2+2}{2}=0;$$

Находим длину медианы CM:

$$d=|CM|=\sqrt{(2+3)^2+(0-0)^2}=\sqrt{25}=5$$

4. Угол при вершине B находим как угол между прямыми AB и BC по следующей формуле: $tg\varphi=\frac{K_2-K_1}{1+K_1\cdot K_2}$; $tg\varphi=\frac{K_{BC}-K_{AB}}{1+K_{AB}\cdot K_{BC}}$ то имеем

$$K_{AB}=2\quad K_{BC}=\frac{2}{9}\qquad tg\varphi=\frac{\frac{2}{9}-2}{1+\frac{4}{9}}=\frac{-\frac{16}{9}}{\frac{13}{9}}=-\frac{16}{13};\quad tg\varphi=-\frac{16}{13};\quad \varphi=-arctg1.23.$$

№4. Даны вершины треугольника $A(-2;3)$, $B(3;4)$ и $C(6;-1)$

1. Уравнение сторон треугольника находим по формуле $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$

$$(AB)\frac{x+2}{3+2}=\frac{y-3}{4-3}\qquad (BC)\frac{x-3}{6-3}=\frac{y-4}{-1-4}\qquad (AC)\frac{x+2}{6+2}=\frac{y-3}{-1-3}$$

$$x+2=5y-15\qquad -5x+15=3y-12\qquad -4x-8=8y-24$$

$$x-5y+17=0\qquad 5x+3y-27=0\qquad x+2y-4=0$$

$$y=\frac{1}{5}x+\frac{17}{5}\qquad y=-\frac{5}{3}x+9\qquad y=-\frac{1}{2}x+2$$

$$K_{AB}=\frac{1}{5}\qquad K_{AC}=-\frac{5}{3}\qquad K_{AC}=-\frac{1}{2}$$

2. Уравнение высоты проведенной из вершины B. Так, как данная высота BD перпендикулярна к стороне AC, то из условии перпендикулярности прямых мы имеем: $K_{BD}=-\frac{1}{K_{AC}}$, *то* $K_{BD}=2$ то, применяя формулу $y-y_0=k(x-x_0)$, мы имеем

$y-2=2(x-3)$
$y-2=2x-6$
$2x-y-4=0$

уравнение высоты BD.

3. Так, как по определению медианы оно делить противоположную сторону пополам то - находим координаты средины отрезка AB:

$$x=\frac{2-3}{2}=-\frac{1}{2}; \quad y=\frac{3+4}{2}=\frac{7}{2}. \qquad M(-\frac{1}{2};\frac{7}{2})$$

Составляем уравнению медианы CM:

$$\frac{x-6}{-\frac{1}{2}-6}=\frac{y+1}{\frac{7}{2}+1}; \quad 9x-54=-13y-13; \quad 9x+13y-41=0$$

Находим длину медианы CM:

$$d=|CM|=\sqrt{(\frac{1}{2}-6)^2+(\frac{7}{2}+1)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{202}\approx 7{,}1$$

4. Угол при вершине B находим как угол между прямыми AB и BC по следующей формуле:

$$tg\varphi=\frac{K_2-K_1}{1+K_1\cdot K_2}; \quad tg\varphi=\frac{K_{BC}-K_{AB}}{1+K_{AB}\cdot K_{BC}} \text{ то имеем}$$

$$K_{AB}=\frac{1}{5}; \quad tg\varphi=\frac{-\frac{5}{3}-\frac{1}{5}}{1-\frac{5}{15}}=\frac{-\frac{28}{15}}{\frac{10}{15}}=-\frac{28}{15}\cdot\frac{15}{10}=-\frac{14}{5}; \quad K_{BC}=-\frac{5}{3}; \qquad tg\varphi=-\frac{14}{5};$$

№5. Даны вершины треугольника $A(4;2)$, $B(2;0)$ и $C(-1;3)$

1. Уравнение сторон треугольника находим по формуле $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$

$$(AB)\frac{x-4}{2-4}=\frac{y-2}{0-2} \qquad (BC)\frac{x-2}{-1-2}=\frac{y-0}{3-0} \qquad (AC)\frac{x-4}{-1-4}=\frac{y-2}{3-2}$$

$(-2)(x-4)=(-2)(y-2)$	$3(x-2)=-3y$	$x-4=-5y+10$
$x-4=y-2$	$x-2=-y$	$x+5y-14=0$
$y=x-2$	$y=-x+2$	$y=-\frac{1}{5}x+\frac{14}{5}$
$K_{AB}=1$	$K_{BC}=-1$	$K_{AC}=-\frac{1}{5}$

2. Уравнение высоты проведенной из вершины B. Так, как данная высота BD перпендикулярна к стороне AC, то из условии перпендикулярности прямых мы имеем: $K_{BD} = -\frac{1}{K_{AC}},\ mo\ K_{BD} = 5$ то, применяя формулу $y - y_0 = k(x - x_0)$, мы имеем

$y - 0 = 5(x - 2);\ \ 5x - y - 10 = 0$ уравнение высоты BD.

3. Так, как по определению медианы оно делить противоположную сторону пополам то - находим координаты средины отрезка AB:

$$x = \frac{2+4}{2} = 3; \qquad y = \frac{2+0}{2} = 1. \qquad\qquad M(3;1)$$

Составляем уравнению медианы CM:

$$\frac{x+1}{3+1} = \frac{y-3}{1-3}$$
$$-2x - 2 = 3y - 9$$
$$2x + 3y - 7 = 0$$

Находим длину медианы CM: $d = |CM| = \sqrt{(2{,}5+1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{16{,}25} \approx 4{,}03$

4. Угол при вершине B находим как угол между прямыми AB и BC по следующей формуле:

$$tg\varphi = \frac{K_2 - K_1}{1 + K_1 \cdot K_2};\ \ tg\varphi = \frac{K_{BC} - K_{AB}}{1 + K_{AB} \cdot K_{BC}}$$ то имеем

$$tg\varphi = \frac{-1-1}{1-1};$$
$$tg\varphi = \infty;$$
$$\varphi = 0^\circ$$

№6. Даны вершины треугольника $A(-4;3),\ B(3;-2)$ и $C(5;4)$

1. Уравнение сторон треугольника находим по формуле $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$

(AB) $\frac{x+4}{3+4} = \frac{y-3}{-2-3}$

$$-5x - 20 = 7y - 21$$
$$5x + 7y - 1 = 0$$
$$y = -\frac{5}{7}x + \frac{1}{7}$$
$$K_{AB} = -\frac{5}{7}$$

(BC) $\frac{x-3}{5-3} = \frac{y+2}{4+2}$

$$6x - 18 = 2y + 4$$
$$6x - 2y - 22 = 0$$
$$3x - y - 11 = 0$$
$$y = 3x - 11$$
$$K_{BC} = 3$$

(AC) $\frac{x+4}{5+4} = \frac{y-3}{4-3}$

$$x + 4 = 9y - 27$$
$$x - 9y + 31 = 0$$
$$y = \frac{x}{9} + \frac{31}{9}$$
$$K_{AC} = \frac{1}{9}$$

2. Уравнение высоты проведенной из вершины B. Так, как данная высота BD перпендикулярна к стороне AC, то из условии перпендикулярности прямых мы имеем: $K_{BD}=-\frac{1}{K_{AC}},\ \ mo\ \ K_{BD}=-9$ то, применяя формулу $y-y_0=k(x-x_0)$, мы имеем

$$y+2=-9x+27$$
$$9x+y-25=0$$

уравнение высоты BD.

3. Так, как по определению медианы оно делить противоположную сторону пополам то - находим координаты средины отрезка AB:

$$x=\frac{-4+3}{2}=-\frac{1}{2};\quad y=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}.\qquad M(-\frac{1}{2};\frac{1}{2})$$

Составляем уравнению медианы CM:

$$\frac{x-5}{-\frac{1}{2}-5}=\frac{y-4}{\frac{1}{2}-4};\quad \frac{x-5}{-11}=\frac{y-4}{-7};\ 7x-35=11y-44;\ 7x-11y+9=0$$

Находим длину медианы CM: $d=|CM|=\sqrt{(-0{,}5-5)^2+(0{,}5-4)^2}=\sqrt{42{,}5}\approx 6{,}5$

4. Угол при вершине B находим как угол между прямыми AB и BC по следующей формуле: $tg\varphi=\frac{K_2-K_1}{1+K_1\cdot K_2}$; $tg\varphi=\frac{K_{BC}-K_{AB}}{1+K_{AB}\cdot K_{BC}}$ то имеем

$$tg\varphi=\frac{3+\frac{5}{7}}{1+3\left(-\frac{5}{7}\right)};\quad tg\varphi=\frac{\frac{26}{7}}{-\frac{8}{7}};\quad tg\varphi=-\frac{26}{8};\qquad tg\varphi\approx 3{,}25.$$

№7. Даны вершины треугольника $A(-3;2)$, $B(2;3)$ и $C(5;-2)$

1. Уравнение сторон треугольника находим по формуле $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$

(AB) $\frac{x+3}{2+3}=\frac{y-2}{3-2}$

$$x+3=5y-10$$
$$x-5y+13=0$$
$$y=-\frac{1}{5}x-\frac{13}{5}$$
$$K_{AB}=-\frac{1}{5}$$

(BC) $\frac{x-2}{5-2}=\frac{y-3}{-2-3}$

$$-5x+10=3y-9$$
$$-5x-3y+19=0$$
$$5x+3y-19=0$$
$$y=-\frac{5}{3}x+\frac{19}{3}$$
$$K_{BC}=-\frac{5}{3}$$

(AC) $\frac{x+3}{5+3}=\frac{y-2}{-2-2}$

$$-4x-12=8y-16$$
$$-4x-12-8y+16=0$$
$$4x+8y-4=0$$
$$x+2y-1=0$$
$$K_{AC}=-\frac{1}{2}$$

2. Уравнение высоты проведенной из вершины B. Так, как данная высота BD перпендикулярна к стороне AC, то из условии перпендикулярности прямых мы имеем: $K_{BD} = -\frac{1}{K_{AC}}, \quad mo \quad K_{BD} = 2$ то, применяя формулу $y - y_0 = k(x - x_0)$, мы имеем

$$y - 3 = 2(x - 2)$$
$$y - 2x + 1 = 0$$
$$2x - y - 1 = 0$$

-уравнение высоты BD.

3. Так, как по определению медианы оно делить противоположную сторону пополам то - находим координаты средины отрезка AB:

$$x = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2}; \quad y = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}. \qquad M(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2})$$

Составляем уравнению медианы CM:

$$\frac{x-5}{-\frac{1}{2}-5} = \frac{y+2}{\frac{5}{2}+2}$$
$$\frac{x-5}{-11} = \frac{y+2}{9}$$
$$9x - 45 = -11y - 22$$
$$9x + 11y - 23 = 0$$

Находим длину медианы CM: $d = |CM| = \sqrt{(-\frac{1}{2}-5)^2 + (\frac{5}{2}+2)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{202} = 7{,}1$

4. Угол при вершине B находим как угол между прямыми AB и BC по следующей формуле:

$tg\varphi = \frac{K_2 - K_1}{1 + K_1 \cdot K_2}$; $tg\varphi = \frac{K_{BC} - K_{AB}}{1 + K_{AB} \cdot K_{BC}}$ то имеем

$$tg\varphi = \frac{\frac{5}{3}+\frac{1}{5}}{1-\frac{5}{15}} = \frac{\frac{28}{15}}{\frac{10}{15}} = \frac{28}{10} = 2{,}8; \qquad tg\varphi = 2{,}8$$

№8. Даны вершины треугольника $A(4;-5)$, $B(-2;4)$ и $C(-4;0)$

1. Уравнение сторон треугольника находим по формуле $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$

$(AB)\ \dfrac{x-4}{-2-4}=\dfrac{y-5}{4+5}$ $(BC)\dfrac{x+2}{-4+2}=\dfrac{y-4}{0-4}$ $(AC)\dfrac{x-4}{-4-4}=\dfrac{y+5}{0+5}$

$9x-36=-6y+30$	$-4x-8=-2y+8$	$5x-20=-8y-40$
$9x+6y-66=0$	$-4x+2y-16=0$	$5x+8y+20=0$
$6y=-9x+66$	$2x-y+8=0$	$8y=-5x-20$
$y=-\dfrac{3}{2}x+11$	$y=2x+8$	$y=-\dfrac{5}{8}x-\dfrac{20}{8}$
$K_{AB}=-\dfrac{3}{2}$	$K_{BC}=2$	$K_{AC}=-\dfrac{5}{8}$

2. Уравнение высоты проведенной из вершины B. Так, как данная высота BD перпендикулярна к стороне AC, то из условии перпендикулярности прямых мы имеем: $K_{BD}=-\dfrac{1}{K_{AC}},\quad mo\quad K_{BD}=\dfrac{8}{5}$ то, применяя формулу $y-y_0=k(x-x_0)$, мы имеем

$$y-4=\frac{8}{5}(x+2)$$
$$5y-20=8x+16$$
$$8x-5y+36=0$$

-уравнение высоты BD.

3. Так, как по определению медианы оно делить противоположную сторону пополам то - находим координаты средины отрезка AB:

$$x=\frac{4-2}{2}=1;\quad y=\frac{-5+4}{2}=-\frac{1}{2}.\qquad M(1;-\frac{1}{2})$$

Составляем уравнению медианы CM:

$$\frac{x+4}{1+4}=\frac{y}{-\frac{1}{2}};\quad \frac{x+4}{5}=-2y;\quad x+4=-10y;\quad x+10y+4=0$$

Находим длину медианы CM:

$$d=|CM|=\sqrt{(1+4)^2+(-0{,}5+0)^2}=\sqrt{25{,}25}\approx 5{,}02$$

4. Угол при вершине B находим как угол между прямыми AB и BC по следующей формуле:

$$tg\varphi=\frac{K_2-K_1}{1+K_1\cdot K_2}$$

$tg\varphi=\dfrac{K_{BC}-K_{AB}}{1+K_{AB}\cdot K_{BC}}$ то имеем $tg\varphi=\dfrac{2+\frac{3}{2}}{1-\frac{6}{2}};\quad tg\varphi=\dfrac{\frac{7}{2}}{-2};\quad tg\varphi=-\dfrac{7}{4};\quad tg\varphi=-1{,}75.$

№9. Даны вершины треугольника $A(2;-1)$, $B(4;3)$ и $C(-2;1)$

1. Уравнение сторон треугольника находим по формуле $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$

(AB) $\frac{x-2}{4-2}=\frac{y+1}{3+1}$

$4x-8=2y+2$

$4x-2y-10=0$

$2x-y-5=0$

$y=2x-5$

$K_{AB}=2$

(BC) $\frac{x-4}{-2-4}=\frac{y-3}{1-3}$

$-2x+8=-6y+18$

$-2x+6y-10=0$

$x-3y+5=0$

$-3y=-x-5$

$y=\frac{x}{3}+\frac{5}{3}$

$K_{BC}=\frac{1}{3}$

(AC) $\frac{x-2}{-2-2}=\frac{y+1}{1+1}$

$2x-4=-4y-4$

$2x+4y=0$

$x+2y=0$

$y=-\frac{1}{2}x$

$K_{AC}=-\frac{1}{2}$

2. Уравнение высоты проведенной из вершины B .Так, как данная высота BD перпендикулярна к стороне AC , то из условии перпендикулярности прямых мы имеем:

$K_{BD}=-\frac{1}{K_{AC}}$, *то* $K_{BD}=2$ то, применяя формулу $y-y_0=k(x-x_0)$, мы имеем

$$y-3=2(x-4)$$
$$y-3=2x-8$$
$$2x-y-5=0$$

уравнение высоты BD.

3. Так, как по определению медианы оно делить противоположную сторону пополам то - находим координаты средины отрезка AB :

$x=\frac{4+2}{2}=3;\quad y=\frac{-1+3}{2}=1.\qquad M(3;1)$

Составляем уравнению медианы CM :

$$\frac{x+2}{3+2}=\frac{y-1}{1-1}$$
$$y-1=0$$
$$y=1$$

Находим длину медианы CM : $d=|CM|=\sqrt{(3+2)^2+(1+1)^2}=\sqrt{29}.$

4. Угол при вершине B находим как угол между прямыми AB и BC по следующей формуле:

$tg\varphi = \dfrac{K_2 - K_1}{1 + K_1 \cdot K_2}$; $tg\varphi = \dfrac{K_{BC} - K_{AB}}{1 + K_{AB} \cdot K_{BC}}$ то имеем

$$tg\varphi = \frac{\frac{1}{3} - 2}{1 + \frac{2}{3}}; \qquad tg\varphi = \frac{-\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}}; \qquad tg\varphi = -1; \quad \varphi = \frac{3\pi}{4}.$$

№10. Даны вершины треугольника $A(-2;3)$, $B(1;4)$ и $C(6;-1)$

1. Уравнение сторон треугольника находим по формуле $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1}$

(AB) $\dfrac{x+2}{1+2} = \dfrac{y-3}{4-3}$

$$x + 2 = 3y - 9$$
$$x - 3y + 11 = 0$$
$$3y = x + 11$$
$$y = \frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$$
$$K_{AB} = \frac{1}{3}$$

(BC) $\dfrac{x-1}{6-1} = \dfrac{y-4}{-1-4}$

$$x - 1 = -y + 4$$
$$x + y - 5 = 0$$
$$y = -x + 5$$
$$K_{BC} = -1$$

(AC) $\dfrac{x+2}{6+2} = \dfrac{y-3}{-1-3}$

$$-4x - 8 = 8y - 24$$
$$-4x - 8y + 16 = 0$$
$$x + 2y - 4 = 0$$
$$2y = -x + 4$$
$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$
$$K_{AC} = -\frac{1}{2}$$

2. Уравнение высоты проведенной из вершины B. Так, как данная высота BD перпендикулярна к стороне AC, то из условии перпендикулярности прямых мы имеем:

$K_{BD} = -\dfrac{1}{K_{AC}}$, *то* $K_{BD} = 2$ то, применяя формулу $y - y_0 = k(x - x_0)$, мы имеем

$$y - 4 = 2(x - 1)$$
$$y - 4 = 2x - 2$$
$$2x - y + 2 = 0$$

уравнение высоты *BD.*

3. Так, как по определению медианы оно делить противоположную сторону пополам то - находим координаты средины отрезка AB:

$$x = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2}; \quad y = \frac{4+3}{2} = \frac{7}{2}. \qquad M(-\frac{1}{2};\frac{7}{2})$$

Составляем уравнению медианы CM :

$$\frac{x-6}{-\frac{1}{2}-6}=\frac{y+1}{\frac{7}{2}+1}$$

$$\frac{x-6}{-13}=\frac{y+1}{9}$$

$$9(x-6)=(-13)(y+3)$$

$$9x-54=-13y-39$$

$$9x+13y-15=0$$

Находим длину медианы CM : $d=|CM|=\sqrt{(-0{,}5-6)^2+(3{,}5+1)^2}=\sqrt{65{,}5}\approx 7{,}9$

4. Угол при вершине B находим как угол между прямыми AB и BC по следующей формуле:

$tg\varphi=\dfrac{K_2-K_1}{1+K_1\cdot K_2}$; $tg\varphi=\dfrac{K_{BC}-K_{AB}}{1+K_{AB}\cdot K_{BC}}$ то имеем

$$tg\varphi=\frac{-1-\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}};\qquad tg\varphi=\frac{-\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}};\qquad tg\varphi=-2;$$

§ 2.1. Векторы и действия над ними.

1. $\vec{a}=\vec{AB}=(x_2-x_1;y_2-y_1;z_2-z_1)$ – ***уравнения вектора проходящей через две данные точки*** $A(x_1;y_1;z_1)$ ***и*** $B(x_2;y_2;z_2)$ **.**

2. $|\vec{a}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ – ***формула нахождения модуля вектора*** $\vec{a}=\{x;y;z\}$**.**

3. $\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\varphi$ – ***скалярное произведения двух векторов.***

4. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ – ***условия перпендикулярности векторов.***

5. $\cos\varphi=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$ – ***угол между двумя векторами.***

6. $[\vec{a}\cdot\vec{b}]=\begin{vmatrix}\bar{i} & \bar{j} & \bar{k}\\ x_1 & y_1 & z_1\\ x_2 & y_2 & z_2\end{vmatrix}$ – ***векторное произведения векторов.***

№1. Даны векторы $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3$ *и* $\vec{b}$. Показать, что $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3$ векторы образуют базис и найти координаты вектора $\vec{b}$ в этом базисе.

Даны координаты векторов $\vec{a}_1=(4;5;2)$; $\vec{a}_2=(3;0;1)$; $\vec{a}_3=(-1;4;2)$ *и* $\vec{b}=(5;7;8)$.

Составляем из координаты векторов матрицу и находим его ранг.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 5 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 5 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 0 & 15 & -25 \\ 0 & 2 & -10 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 0 & 15 & -25 \\ 0 & 0 & 100 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Так, как $rangA = 3$ то векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ образуют базис в 3-х мерном пространстве R^3.

Находим координаты вектора $\vec{b}$ в этом базисе.

$$\begin{cases} 4x + 3y - z = 5 \\ 5x + 4z = 7 \\ 2x + +2z = 8 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2:8 \\ 5 & 0 & 4:7 \\ 4 & 5 & -2:5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2:8 \\ 0 & 5 & 2:26 \\ 0 & -1 & 5:11 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2:8 \\ 0 & 5 & 2:26 \\ 0 & 0 & 27:81 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 8 \\ \quad 5y + 2z = 26 \\ \qquad 27z = 81 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 8 - 2\cdot 3 \\ 5y = 26 - 2\cdot 3 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2 - 4 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{cases}$$

Координаты вектора $\vec{b}$ в этом базисе $(-1:4:3)$.

Даны вершины пирамиды $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$, $C(x_3; y_3; z_3)$ ***и*** $D(x_4, y_4; z_4)$

Найти:

1. ***Координаты векторов*** $\overline{a} = \overline{AB}, \overline{b} = \overline{AC}$, $\overline{c} = \overline{AD}$ **.**

2. ***Скалярное произведение векторов*** $\overline{a}$ ***и*** $\overline{b}$ **.**

3. ***Угол между векторами*** $\overline{AD}$ ***и*** $\overline{BC}$ **.**

4. ***Векторное произведение векторов*** $\overline{CD}$ ***и*** $\overline{AB}$ **.**

5. ***Площадь*** ΔABC

№1. Даны вершины пирамида $A(3;1;4)$, $B(2;0;0)$, $C(3;-1;2)$ и $D(3;2;-1)$.

1. Координаты векторов находим по формуле: $\overline{a} = \overline{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$

$\overline{a} = A\overline{B} = (2-3;0-1;0-4) = (-1;-1;-4);\qquad \overline{a} = (-1;-1;-4)$

$\overline{b} = A\overline{C} = (3-3;-1-1;2-4) = (0;-2;-2);\qquad \overline{b} = (0;-2;-2)$

$\overline{c} = A\overline{D} = (3-3;2-1;-1-4) = (0;1;-5);\qquad \overline{c} = (0;1;-5)$

2. Скалярное произведение векторов находим по формуле: $\overline{a}\cdot\overline{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$

$\overline{a}\cdot\overline{b} = (-1)\cdot 0 + (-1)(-2) + (-4)(-2) = 0 + 2 + 8 = 10$

3. Угол между векторами $A\overline{D}$ и $\overline{BC}$ находим по формуле: $\cos\varphi = \dfrac{A\overline{D}\cdot B\overline{C}}{\left|A\overline{D}\right|\left|B\overline{C}\right|}$

$\vec{d} = \overline{BC} = (3-2;-1-0;2-0) = (1;-1;2)$

$$\cos\varphi = \frac{0\cdot 1 + 1\cdot(-1) + (-5)\cdot 2}{\sqrt{0^2+1^2+(-5)^2}\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}};\ \cos\varphi = -\frac{11}{\sqrt{156}};\ \cos\varphi \approx -0{,}88;\ \varphi = \arccos\ 0{,}88$$

4. Векторное произведение векторов $\overline{CD}$ и $\overline{AB}$ находим по формуле:

$$\left[C\overline{D}\cdot A\overline{B}\right] = \begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix};\quad \vec{f} = C\overline{D} = (3-3;2+1;-1-2) = (0;3;-3)$$

$$\left[\overline{CD}\cdot\overline{AB}\right] = \begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ -1 & -1 & -4 \\ 0 & 3 & -3 \end{vmatrix} = \overline{i}\begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} + \overline{j}\begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} + \overline{k}\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 15\overline{i} + 3\overline{j} - 3\overline{k};\left[\overline{CD}\cdot\overline{AB}\right] = (15;3;-3)$$

5. Площадь треугольника ABC ищем по формуле:

$$S = \frac{1}{2}\left|\left[\overline{CD}\cdot\overline{AB}\right]\right| = \frac{1}{2}\sqrt{225+9+9} = \frac{1}{2}\sqrt{243} = \frac{9}{2}\sqrt{3};\qquad S = 4.5\sqrt{3}\text{см}^2$$

№2. Даны вершины пирамиды $A(-1;2;4)$, $B(1;2;0)$, $C(3;1;2)$ и $D(0;3;0)$.

1. Координаты векторы находим по формуле: $\overline{a} = A\overline{B} = \left(x_2 - x_1 : y_2 - y_1 : z_2 - z_1\right)$

$\overline{a} = \overline{AB} = (1+1;2-2;0-4) = (2;0;-4)\qquad \overline{a} = (2;0;-4)$

$\vec{b} = \overline{AC} = (3+1;1-2;2-4) = (4;-1;-2)\qquad \vec{b} = (4;-1;-2)$

$\overline{c} = \overline{AD} = (0+1;3-2;0-4) = (1;1;-4)\qquad \overline{c} = (1;1;-4)$

2. Скалярное произведение находим по формуле: $\overline{a}\cdot\vec{b} = x_{1.}\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2$

$\overline{a}\cdot\vec{b} = 2\cdot 4 + 0\cdot(-1) + (-4)\cdot(-2) = 8 + 0 + 8 = 16$

3.Уголь между векторами $\overline{AD}$ и $\overline{BC}$ находим по формуле: $\cos\varphi = \dfrac{\overline{AD}\cdot\overline{BC}}{\left|\overline{AD}\right|\left|\overline{BC}\right|}$

$\vec{d} = \overline{BC} = (3-1;1-2;2-0) = (2;-1;2)$

$\cos\varphi = \dfrac{1\cdot 2 + 1\cdot(-1) + (-4)\cdot 2}{\sqrt{1^2+1^2+(-4)^2}\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}$; $\cos\varphi = -\dfrac{7}{\sqrt{162}}$; $\cos\varphi = -\dfrac{7}{9\sqrt{2}}$;

$\cos\varphi \approx -0{,}55$; $\varphi = \arccos 0{,}55$

4.Векторное произведение векторов $\overline{CD}$ и $\overline{AB}$ находим по формуле:

$\left[\vec{f}\cdot\vec{a}\right] = \left\{ \begin{vmatrix} y_1 z_1 \\ y_2 z_2 \end{vmatrix}; -\begin{vmatrix} x_1 z_1 \\ x_2 z_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x_1 y_1 \\ x_2 y_2 \end{vmatrix} \right\}$ $\vec{f} = \overline{CD} = (0-3;3-1;0-2) = (-3;2;-2)$

$\left[\vec{f}\cdot\vec{a}\right] = \left\{ \begin{vmatrix} 0 & -4 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}; -\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -3 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} \right\} = \{-8;-8;4\}$ $\left[\vec{f}\cdot\vec{a}\right] = (-8;-8;4)$

5.Площадь треугольника ABC находим по формуле:

$S = \dfrac{1}{2}\left|\left[\overline{CD}\cdot\overline{AB}\right]\right| = \dfrac{1}{2}\sqrt{64+64+4} = \dfrac{1}{2}\sqrt{132} = \dfrac{2}{2}\sqrt{33}$; $S = \sqrt{33}\,см^2$

№3. Дано вершины пирамиды $A(2;-1;3)$, $B(-2;0;3)$, $C(1;0;3)$ и $D(-3;1;0)$.

1. Координаты векторов находим по формуле: $\vec{a} = \overline{AB} = (x_2 - x_1 : y_2 - y_1 : z_2 - z_1)$

$\vec{a} = \overline{AB} = (-2-2;\ 0-(-1);\ 3-3) = (-4;1;0)$ $\vec{a} = (-4;1;0)$
$\vec{b} = \overline{AC} = (1-2;0-(-1);\ 3-3) = (1;1;0)$ $\vec{b} = (-1;1;0)$
$\vec{c} = \overline{AD} = (-3-2;\ 1+1;\ 0-3) = (-5;2;-3)$ $\vec{c} = (-5;2;-3)$

2. Скалярное произведение находим по формуле: $\vec{a}\cdot\vec{b} = x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2$

$\vec{a}\cdot\vec{b} = (-4)\cdot(-1) + 1\cdot 1 + 0\cdot 0 = 4+1 = 5$

3. Угол между векторами $\overline{AD}$ и $\overline{BC}$ находим по формуле: $\cos\varphi = \dfrac{\overline{AD}\cdot\overline{BC}}{\left|\overline{AD}\right|\left|\overline{BC}\right|}$

$\vec{d} = \overline{BC} = (1-(-2);0-0;3-3) = (3;0;0)$

$\cos\varphi = \dfrac{(-5)\cdot 3 + 2\cdot 0 + (-3)\cdot 0}{\sqrt{(-5)^2+2^2+(-3)^2}\sqrt{3^2+0^2+0^2}}$; $\cos\varphi = -\dfrac{15}{3\sqrt{38}}$; $\cos\varphi = -\dfrac{5}{\sqrt{38}}$;

$\cos\varphi \approx -0{,}81$; $\varphi = \arccos 0{,}81$

4. Векторное произведение векторов $\overline{CD}$ и $\overline{AB}$ находим по формуле:

$$[\vec{f}\cdot\vec{a}]=\left\{\begin{vmatrix} y_1 z_1 \\ y_2 z_2 \end{vmatrix};-\begin{vmatrix} x_1 z_1 \\ x_2 z_2 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} x_1 y_1 \\ x_2 y_2 \end{vmatrix}\right\} \quad \vec{f}=C\overline{D}=\{-3-1;1-0;0-3\}=\{-4;1;-3\}$$

$$[\vec{f}\cdot\vec{a}]=\left\{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -3 \end{vmatrix};-\begin{vmatrix} -4 & 0 \\ -4 & -3 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} -4 & 1 \\ -4 & 1 \end{vmatrix}\right\}=\{-3;-12;0\}. \quad [\vec{f}\cdot\vec{a}]=(-3;-12;0)$$

5. Площадь треугольника ABC находим по формуле:

$$S=\frac{1}{2}\left|\left[\overline{CD}\cdot\overline{AB}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{(-3)^2+(-12)^2+0^2}=\frac{1}{2}\sqrt{153}; \quad S=\frac{1}{2}\sqrt{153}см^2.$$

№4. Дано вершины пирамиды $A(2;-1;3)$, $B(-2;0;3)$, $C(1;0;3)$ и $D(-2;0;2)$.

1. Координаты векторов находим по формуле: $\overline{a}=A\overline{B}=(x_2-x_1:y_2-y_1:z_2-z_1)$

$$\vec{a}=\overline{AB}=(-2-2;\ 0-(-1);\ 3-3)=(-4;1;0) \qquad \vec{a}=(-4;1;0)$$
$$\vec{b}=\overline{AC}=(1-2;0-(-1);\ 3-3)=(1;1;0) \qquad \vec{b}=(-1;1;0)$$
$$\vec{c}=\overline{AD}=(-2-2;\ 0+1;\ 2-3)=(-4;1;-1) \qquad \vec{c}=(-4;1;-1)$$

2. Скалярное произведение находим по формуле: $\overline{a}\cdot\vec{b}=x_{1.}\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=(-4)\cdot(-1)+1\cdot 1+0\cdot 0=4+1=5$$

3. Угол между векторами $A\overline{D}$ и $\overline{BC}$ находим по формуле: $\cos\varphi=\dfrac{A\overline{D}\cdot B\overline{C}}{|A\overline{D}||B\overline{C}|}$

$$\vec{d}=\overline{BC}=(1-(-2);0-0;3-3)=(3;0;0)$$

$$\cos\varphi=\frac{(-4)\cdot 3+1\cdot 0+(-1)\cdot 0}{\sqrt{(-4)^2+1^2+(-1)^2}\sqrt{3^2+0^2+0^2}};\ \cos\varphi=-\frac{12}{3\sqrt{18}};\ \cos\varphi=-\frac{4}{\sqrt{18}};\ \cos\varphi=-\frac{4}{3\sqrt{2}};$$

$\cos\varphi\approx-0{,}95;$ $\qquad \varphi=\arccos 0{,}95.$

4. Векторное произведение векторов $\overline{CD}$ и $\overline{AB}$ находим по формуле:

$$[\vec{f}\cdot\vec{a}]=\left\{\begin{vmatrix} y_1 z_1 \\ y_2 z_2 \end{vmatrix};-\begin{vmatrix} x_1 z_1 \\ x_2 z_2 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} x_1 y_1 \\ x_2 y_2 \end{vmatrix}\right\} \quad \vec{f}=C\overline{D}=\{-2-1;0-0;2-3\}=\{-3;0;-1\}$$

$$[\vec{f}\cdot\vec{a}]=\left\{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix};-\begin{vmatrix} -4 & 0 \\ -3 & -1 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 0 \end{vmatrix}\right\}=\{-1;-4;3\} \quad [\vec{f}\cdot\vec{a}]=(-1;-4;3)$$

5. Площадь треугольника ABC находим по формуле:

$$S=\frac{1}{2}\left|\left[\overline{CD}\cdot\overline{AB}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{(-1)^2+(-4)^2+3^2}=\frac{1}{2}\sqrt{26};\qquad S=\frac{1}{2}\sqrt{26}\text{см}^2.$$

§ 3. Обратная матрица.

Обратную матрицу к матрице A находим по формуле: $A^{-1}=\frac{1}{\Delta}\tilde{A}$

где $\tilde{A}-$ присоединенная матрица к матрице A, $\Delta-$определитель основной матрицы.

№1. Найти матрицу, обратную к матрице A.

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 0\\ 2 & 4 & 2\\ -3 & -1 & 3\end{pmatrix}\qquad \Delta=\begin{vmatrix}-1 & 2 & 0\\ 2 & 4 & 2\\ -3 & -1 & 3\end{vmatrix}=-12-12+0-0-2-12=-38\neq 0$$

Находим алгебраические дополнение к элементам данной матрицы по формуле:

$$A_{11}=\begin{vmatrix}4 & 2\\ -1 & 3\end{vmatrix}=12+2=14;\quad A_{12}=-\begin{vmatrix}2 & 2\\ -3 & 3\end{vmatrix}=-(6+6)=-12;\ A_{13}=\begin{vmatrix}2 & 4\\ -3 & -1\end{vmatrix}=-2+12=10;$$

$$A_{21}=-\begin{vmatrix}2 & 0\\ -1 & 3\end{vmatrix}=-(6+0)=-6;\ A_{22}=\begin{vmatrix}-1 & 0\\ -3 & 3\end{vmatrix}=-3-0=-3;\ A_{23}=-\begin{vmatrix}-1 & 2\\ -3 & -1\end{vmatrix}=-(1+6)=-7;$$

$$A_{31}=\begin{vmatrix}2 & 0\\ 4 & 2\end{vmatrix}=4-0=4;\ A_{32}=-\begin{vmatrix}-1 & 0\\ 2 & 2\end{vmatrix}=-(-2-0)=2;\ A_{33}=\begin{vmatrix}-1 & 2\\ 2 & 4\end{vmatrix}=(-1)\cdot 4-2\cdot 2=-8;$$

$$\tilde{A}=\begin{pmatrix}14 & -6 & 4\\ -12 & -3 & 2\\ 10 & -7 & -8\end{pmatrix}-\text{присоединенная матрица к матрице А.}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{-38}\begin{pmatrix}14 & -6 & 4\\ -12 & -3 & 2\\ 10 & -7 & -8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{14}{38}; & \frac{6}{38}; & -\frac{4}{38}\\ \frac{12}{38}; & \frac{3}{38}; & -\frac{2}{38}\\ -\frac{10}{38}; & \frac{7}{38}; & \frac{8}{38}\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{7}{19}; & \frac{3}{19}; & -\frac{2}{19}\\ \frac{6}{19}; & \frac{3}{38}; & -\frac{1}{19}\\ -\frac{5}{19}; & \frac{7}{38}; & \frac{4}{38}\end{pmatrix}$$

Проверка:

$$A^{-1}\cdot A=\begin{pmatrix} -\frac{14}{38} & \frac{6}{38} & -\frac{4}{38} \\ \frac{12}{38} & \frac{3}{38} & -\frac{2}{38} \\ -\frac{10}{38} & \frac{7}{38} & \frac{8}{38} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 2 \\ -3 & -1 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{14+12+12}{38}; & \frac{-28+24+4}{38}; & \frac{0+12-12}{38} \\ \frac{-12+6+6}{38}; & \frac{24+12+2}{38}; & \frac{0+6-6}{38} \\ \frac{10+14-24}{38}; & \frac{-20+28-8}{38}; & \frac{0+14+24}{38} \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=E$$

§ 4. Система линейных уравнений.

Решить данную систему линейных уравнений с тремя способами:

1. По правилу Крамера;

2. Методом Гаусса;

3. Матричным методом;

$$\begin{cases} x+2y-3z=-3 \\ 2x-y+2z=5 \\ 3x-y=2 \end{cases}$$

1. Правило Крамера:

$$\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix}=0+12+6-9+2-0=11;\quad \Delta_x=\begin{vmatrix} -3 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}=0+8+15-6-6-0=11$$

$$\Delta_y=\begin{vmatrix} 1 & -3 & -3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix}=0-18-12+45-4-0=11;\Delta_z=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}=-2+30+6-9+5-8=22$$

$$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{11}{11}=1;\quad y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{11}{11}=1;\quad z=\frac{\Delta_z}{\Delta}=\frac{22}{11}=2.\qquad \text{Ответ:}\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases}$$

2. Метод Гаусса:
3.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 :-3 \\ 2 & -1 & 2: \;\; 5 \\ 3 & -1 & 0: \;\; 2 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3: \; -3 \\ 0 & 5 & -8 : -11 \\ 0 & 7 & -9 : -11 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 : \; -3 \\ 0 & 5 & -8 : -11 \\ 0 & 0 & -11 :-22 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2y-3z=-3 \\ \quad 5y-8z=-11 \\ \quad\quad -11z=-22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases} \quad \text{Ответ:} \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases}$$

4. Матричный метод.

$AX = B -$ матричная запись систем линейных уравнений.

$$A^{-1}AX = A^{-1}B$$
$$X = A^{-1}B$$

$A^{-1}A = E -$ единичная матрица.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \qquad B = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}; \qquad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0+12+6-9+2-0=11$$

$A_{11}=2;\quad A_{21}=3;\quad A_{31}=\ 1$
$A_{12}=6;\quad A_{22}=9;\quad A_{32}=-8$
$A_{13}=1;\quad A_{23}=7;\quad A_{33}=-5$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & 9 & -8 \\ 1 & 7 & -5 \end{pmatrix} - \text{присоединенная матрица.}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta}\tilde{A} = \frac{1}{11}\tilde{A} = \begin{pmatrix} \frac{2}{11} & \frac{3}{11} & \frac{1}{11} \\ \frac{6}{11} & \frac{9}{11} & \frac{-8}{11} \\ \frac{1}{11} & \frac{7}{11} & \frac{-5}{11} \end{pmatrix} - \text{обратная матрица.}$$

$$x = A^{-1}\cdot B = \begin{pmatrix} \frac{2}{11} & \frac{3}{11} & \frac{1}{11} \\ \frac{6}{11} & \frac{9}{11} & \frac{-8}{11} \\ \frac{1}{11} & \frac{7}{11} & \frac{-5}{11} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-6+15+2}{11} \\ \frac{-18+45-16}{11} \\ \frac{-3+35-10}{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad \text{Ответ:} \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases}$$

«Сызыктуу жана вектордук алгебранын элементтери» жана ***«Аналитикалык геометрия»*** бөлүмдөрү боюнча өз алдынча иштердин топтому.

Сборник самостоятельных работ по разделам: ***«Элементы линейной и векторной алгебры»*** ***и «Аналитическая геометрия»***

1-тапшырма
1 - задание

№1-30. Эгерде үч бурчтуктун $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ ***жана*** $C(x_3,y_3)$ ***чоккулары берилген болсо, анда төмөнкүлөрдү тапкыла:***

1. AB ***жагынын узундугун;***
2. B ***чоккусунан жүргүзүлгөн бийиктиктин теңдемесин;***
3. C ***чоккусунан жүргүзүлгөн медиананын теңдемесин;***
4. ***Үч бурчтуктун бийиктиктеринин кесилиш чекитин;***
5. C ***чоккусунан түшүрүлгөн бийиктиктин узундугун;***
6. ***Чиймесин чийгиле.***

№1-30. Даны вершины $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ ***и*** $C(x_3,y_3)$ ***треугольника.***

Найти:

1. ***Длину стороны*** AB***;***
2. ***Уравнение высоты проведенной через вершину*** B***;***
3. ***Уравнение медианы проведенной через вершину*** C***;***
4. ***Точку пересечение высот треугольника;***
5. ***Длину высоты опущенной из вершины*** C***;***
6. ***Сделать чертеж.***

1. $A(-1;2),\ B(5;7), C(1,-3)$
2. $A(0;0),\ B(3;1), C(1,7)$
3. $A(-2;1),\ B(4,8), C(10,6)$
4. $A(4;2),\ B(1;4), C(7,6)$
5. $A(-1;8),\ B(1;5), C(4,1)$
6. $A(6;0),\ B(3;4), C(0,-2)$
7. $A(3;5),\ B(9;-3), C(0,1)$
8. $A(-1;5),\ B(1;2), C(0,-4)$
9. $A(-1;1),\ B(4;-5), C(3,4)$
10. $A(-7;-4),\ B(6;2), C(1,-10)$
11. $A(7;7),\ B(0;6), C(4,-2)$
12. $A(-4;2),\ B(5;5), C(4,-1)$
13. $A(3;3),\ B(5;-3), C(0,-1)$
14. $A(-1;-5),\ B(-4;-1), C(5,-2)$
15. $A(-4;3),\ B(4;7), C(5,-5)$
16. $A(-1;2),\ B(3;-1), C(0,4)$
17. $A(2;2),\ B(-5;1), C(3,-5)$
18. $A(3;2),\ B(6;5), C(1,10)$

19. $A(-4;3),\ B(6;1), C(-2,5)$

20. $A(-3;2),\ B(3;6), C(5,-2)$

21. $A(2;-1),\ B(2;2), C(-5,3)$

22. $A(-1;3),\ B(-3;6), C(9,-10)$

23. $A(1;-3),\ B(3;5), C(-5,7)$

24. $A(1;4),\ B(3;-3), C(-5,2)$

25. $A(2;3),\ B(4;-1), C(0,5)$

26. $A(-1;2),\ B(5;-5), C(2,-2)$

27. $A(2;2),\ B(0;0), C(-1,1)$

28. $A(3;-1),\ B(4;-3), C(0,1)$

29. $A(5;2),\ B(2;-3), C(-1,2)$

30. $A(2;-1),\ B(0;2), C(1,0)$

2-тапшырма
2 – задание

1. Фокустары $3x^2+8y^2=120$ эллиписинин фокустары менен дал келген жана эксцентриситети $1{,}25$ ге барабар болгон гиперболанын теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение гиперболы, имеющий общие фокусы с эллипсом, $3x^2+8y^2=120$ если эксцентриситет гиперболы равен $1{,}25$.

2. $A(-2;6)$ чекити аркылуу өткөн жана $4x^2-9y^2=36$ гиперболасынын асимптоталарына параллель болгон түз сызыктардын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнение прямых проходящих через точку $A(-2;6)$ параллельно асимптотам гиперболы $4x^2-9y^2=36$.

3. $x^2+y^2-6y+2x-6=0$ теңдемеси менен берилген айлананын борборунун координатасын жана диаметринин узундугун тапкыла.

Найти координаты центра и длину диаметра окружности заданной уравнением $x^2+y^2-6y+2x-6=0$.

4. Фокустары $3x^2-5y^2=30$ гиперболасынын фокустары менен дал келген жана $A(\sqrt{5};\sqrt{3})$ чекити аркылуу өткөн эллипстин теңдемесин тапкыла.

Найти уравнение эллипса, фокусы которого совпадают с фокусами гиперболы $3x^2-5y^2=30$, если известно, что эллипс проходит через точку $A(\sqrt{5};\sqrt{3})$.

5. $x^2+4x+6y-20=0$ параболасынын фоксунун жана чоккуларынын координаталарын, симметрия окторунун жана директрисасынын теңдемелерин тапкыла.

Дано уравнение параболы $x^2+4x+6y-20=0$ найти координаты вершины и фокуса, уравнение оси симметрии и директрисы параболы.

6. $F(-3;-1)$ чекитинен жана $x=-1$ түз сызыгынан бирдей аралыкта жаткан геометриялык чекиттердин теңдемесин түзгүлө. Составить уравнение геометрического места точек равно отстающих от точки $F(-3;-1)$ и прямой $x=-1$.

7. $A(2;2)$ чекитинен жана абсцисса огунан бирдей аралыкта жаткан геометриялык чекиттердин теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение геометрических место точек, равноудаленных от точки $A(2;2)$ и от оси абсцисс.

8. $A(7;0)$ чекитине жана $x=1{,}4$ түз сызыгына чейинки аралыктарынын катышы $\sqrt{5}$ ге барабар болгон геометриялык чекиттердин теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение геометрических места точек, отношение расстояний которых до точки $A(7;0)$ и прямой $x=1{,}4$ равно $\sqrt{5}$.

9. $A(3;-2)$ чекити аркылуу өткөн жана $B(-1;0)$ чекитине чейин аралыгы 2 ге барабар болгон түз сызыктын бурчтук коэффициентин тапкыла.

Найти угловой коэффициент прямой проходяющей через точку $A(3;-2)$ и расстояние от точки $B(-1;0)$ равно 2.

10. $A(3;5)$ чекити аркылуу өтүп OX огу менен $5y-2x=5$ түз сызыгы түзгөн бурчтан эки эсе чоң болгон бурчту түзгөн түз сызыктын теңдемесин тапкыла.

Найти уравнения прямой, проходящей через точку $A(3;5)$ и составляющей с осью OX угол, вдвое большего угла, составляемого с той же осью прямой $5y-2x=5$.

11. Биринчи фокусуна чейинки арлыгы $4{,}5$ге барабар болгон $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=8$ гиперболасынын чекиттерин аныктагыла.

Определить точки гиперболы $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=8$ расстояния, которых до первого фокуса равно $4{,}5$.

12. Фокустары абсцисса огунда координата башталышына карата симметриялуу жаткан жана $M_1(6;-1)$, $M_2\left(-8;2\sqrt{2}\right)$ чекиттери аркылуу өткөн гиперболанын теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение гиперболы, фокусы которой лежать на оси абсцисс симметрично относительно начало координат, если даны точки $M_1(6;-1)$ и $M_2\left(-8;2\sqrt{2}\right)$ гиперболы.

13. Тик бурчтуктун эки жагынын $x+2y=0,\ x-2y+15=0$ жана диагоналынын $7x+y=15$ теңдемеси берилген болсо, анда анын чокуларынын координаталарын тапкыла.

Дано уравнение двух сторон прямоугольника $x+2y=0,\quad x-2y+15=0$ и уравнение одной из его диагоналей $7x+y=15$ найти вершины прямоугольника.

14. Фокустары абсцисса огунда координата башталышына карата симметриялуу жаткан жана октору $2a=10$ жана $2b=8$ болгон гиперболанын теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс симметрично относительно начало координат, зная, кроме того, что ее оси. $2a=10$ и $2b=8$.

15. $\rho=\frac{144}{13\cos\theta}$ теңдемеси эллипсти аныктай тургандыгын аныктап, анын жарым окторун тапкыла.

Установить, что уравнение $\rho=\frac{144}{13\cos\theta}$ определяеть эллипс и найти его полуоси.

16. $F(-4;0)$ чекитинен $4x+25=0$ түз сызыгына чейинки аралыктарынын катышы $\frac{4}{5}$ кө барабар болгон геометриялык чекиттердин теңдемесин түзгүлө.

Вывести уравнение геометрических места точек, для которых отношение расстояния до данной точки $F(-4;0)$ и расстоянию до данной прямой $4x+25=0$ равно $\frac{4}{5}$.

17. Фокустары $F_1(10;0)$, $F_2(-10;0)$ жана бир $M(12;3\sqrt{5})$ чекити берилген гиперболанын теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнения гиперболы, зная еө фокусы $F_1(10;0)$ и $F_2(-10;0)$и одно из еө точек $M(12;\ 3\sqrt{5})$.

18. $x=12$ түз сызыгына караганда $A(3;0)$ чекитине эки эсе жакын жаткан геометриялык чекиттердин теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение геометрических место точек, находящихся от точки $A(3;0)$ в двое ближе, чем от прямой $x=12$.

19. $\frac{x^2}{30}+\frac{y^2}{24}=1$ эллипсинде анын кичине огунан 5 бирдикте алыс жаткан чекитти аныктагыла.

На эллипсе $\frac{x^2}{30}+\frac{y^2}{24}=1$найти точку, отстоящую на расстоянии 5 единиц от его малой оси.

20. $F(-5;-1)$ чекитинен жана $x=-1$ түз сызыгынан бирдей аралыкта жаткан геометриялык чекиттердин теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение геометрических место точек, равно отстоящих от точки $F(-5;-1)$ и от прямой $x=-1$.

21. $3x^2+8y^2=170$ эллипси менен жалпы фокустарга ээ жана экцентриситети $1{,}25$ге барабар болгон гиперболанын теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение гиперболы имеющей общее фокусы с эллипсом $3x^2+8y^2=170$, если экцентриситет гиперболы равен $1{,}25$.

22. $F(7;0)$ чекитине жана $x=1.4$ түз сызыгына чейинки аралыктарынын катышы $\sqrt{5}$ ге барабар болгон геометриялык чекиттердин теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение геометрических место точек, отношение расстояние которых до точки $F(7;0)$ и до прямой $x=1.4$ равен $\sqrt{5}$.

23. $y^2=24x$ параболосынын $F(x;y)$ фокусун жана директрисасынын теңдемесин тапкыла.

Найти фокус $F(x;y)$и уравнение директрисы параболы $y^2=24x$.

24. Чоккусу координата башталышында жаткан, OX огуна карата симметриялуу жайлашкан жана $A(9;6)$ чекити аркылуу өткөн параболанын теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, зная, что парабола расположена симметрично относительно оси OX и приходить через точку $A(9;6)$.

25. $A(1;-2)$ чекити аркылуу өткөн жана $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ эллипсин тең экиге бөлгөн хордасынын теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение хорды эллипса $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ проходящей через точку $A(1;-2)$ и делящейся его пополам.

26. $3x+2y+7=0$ түз сызыгына параллел болгон $\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{5}=1$ эллипсине жүргүзүлгөн жаныма түз сызыктардын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнение касательных к эллипсу $\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{5}=1$ параллельных прямой $3x+2y+7=0$.

27. $2x-2y-13=0$ түз сызыгына перпендикуляр болгон $x^2+4y^2=20$ эллипсине жүргүзүлгөн жаныма түз сызыктардын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения касательных к эллипсу $x^2+4y^2=20$ перпендикулярных к прямой $2x-2y-13=0$.

28. Фокустары абсцисса огунда координата башталышына карата симметриялуу жаткан жана октору $2a=10$ жана $2b=8$ болгон гиперболанын теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс симметрично относительно начало координат, зная, кроме того, что ее оси $2a=10$ и $2b=8$.

29. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{225}=1$ эллипсинин жана $y^2=24x$ параболасынын кесилиш чекиттерин тапкыла.

Определить точки пересечения эллипса $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{225}=1$ и параболы $y^2=24x$.

30. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=-1$ гиперболасынын жана $y^2=3x$ параболасынын кесилиш чекиттерин тапкыла.

Определить точки пересечение гиперболы $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=-1$ и параболы $y^2=3x$

3-тапшырма
3 - задание

№1-30. $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3$ ***жана*** $\vec{b}$ ***векторлору берилген.*** $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3$ ***векторлору базисти түзө тургандыгын көрсөткүлө жана ал базистеги*** $\vec{b}$ ***векторунун координаталарын тапкыла.***

№1-30. Даны векторы $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3$ ***жана*** $\vec{b}$***. Показать, что*** $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3$ ***векторы образуют базис и найти координаты вектора*** $\vec{b}$ ***в этом базисе.***

1. $\vec{a}_1(-2,3,7),\ \vec{a}_2(2,1,3),\ \vec{a}_3(1,-4,0),\ \vec{b}(6,1,1)$

2. $\vec{a}_1(3,0,1),\ \vec{a}_2(-8,2,3),\ \vec{a}_3(-2,3,2),\ \vec{b}(-9,14,5)$

3. $\vec{a}_1(2,3,0),\ \vec{a}_2(1,-1,1),\ \vec{a}_3(1,-5,2),\ \vec{b}(3,5,1)$

4. $\vec{a}_1(3,2,0)$, $\vec{a}_2(-3,2,-1)$, $\vec{a}_3(-1,4,2)$, $\vec{b}(14,0,-4)$

5. $\vec{a}_1(1,-1,2)$, $\vec{a}_2(3,2,3)$, $\vec{a}_3(2,-3,4)$, $\vec{b}(3,-14,8)$

6. $\vec{a}_1(4,5,2)$, $\vec{a}_2(3,0,1)$, $\vec{a}_3(-1,4,2)$, $\vec{b}(5,7,8)$

7. $\vec{a}_1(3,-5,2)$, $\vec{a}_2(4,5,1)$, $\vec{a}_3(3,0,4)$, $\vec{b}(-4,5,-16)$

8. $\vec{a}_1(-2,3,5)$, $\vec{a}_2(1,-3,4)$, $\vec{a}_3(7,8,-1)$, $\vec{b}(1,20,1)$

9. $\vec{a}_1(1,3,5)$, $\vec{a}_2(0,2,0)$, $\vec{a}_3(5,7,9)$, $\vec{b}(0,4,16)$

10. $\vec{a}_1(2,4,6)$, $\vec{a}_2(1,3,5)$, $\vec{a}_3(0,-3,7)$, $\vec{b}(3,2,52)$

11. $\vec{a}_1(1,0,3)$, $\vec{a}_2(3,2,7)$, $\vec{a}_3(5,0,3)$, $\vec{b}(-4,2,-12)$

12. $\vec{a}_1(-2,1,7)$, $\vec{a}_2(3,-3,8)$, $\vec{a}_3(5,4,-1)$, $\vec{b}(18,25,1)$

13. $\vec{a}_1(3,4,-3)$, $\vec{a}_2(-5,5,0)$, $\vec{a}_3(2,1,4)$, $\vec{b}(0,12,-6)$

14. $\vec{a}_1(4,3,-1)$, $\vec{a}_2(5,0,4)$, $\vec{a}_3(2,1,2)$, $\vec{b}(0,12,-6)$

15. $\vec{a}_1(2,1,0)$, $\vec{a}_2(4,3,-3)$, $\vec{a}_3(-6,5,7)$, $\vec{b}(34,5,-26)$

16. $\vec{a}_1(4,3,2)$, $\vec{a}_2(3,2,-1)$, $\vec{a}_3(2,3,1)$, $\vec{b}(16,8,7)$

17. $\vec{a}_1(0,1,2)$, $\vec{a}_2(3,-1,-5)$, $\vec{a}_3(2,1,1)$, $\vec{b}(-1,9,15)$

18. $\vec{a}_1(3,0,1)$, $\vec{a}_2(-1,4,-3)$, $\vec{a}_3(-2,-1,2)$, $\vec{b}(7,2,3)$

19. $\vec{a}_1(-3,2,-1)$, $\vec{a}_2(-1,4,2)$, $\vec{a}_3(3,2,0)$, $\vec{b}(14,0,-4)$

20. $\vec{a}_1(3,0,1)$, $\vec{a}_2(-2,5,2)$, $\vec{a}_3(-8,-2,3)$, $\vec{b}(-9,5,6)$

21. $\vec{a}_1(2,3,4)$, $\vec{a}_2(5,-2,1)$, $\vec{a}_3(1,2,3)$, $\vec{b}(6,-2,1)$

22. $\vec{a}_1(2,-3,1)$, $\vec{a}_2(1,5,-4)$, $\vec{a}_3(4,1,-3)$, $\vec{b}(-2,5,4)$

23. $\vec{a}_1(2,-4,3)$, $\vec{a}_2(1,-2,4)$, $\vec{a}_3(3,-1,5)$, $\vec{b}(1,3,2)$

24. $\vec{a}_1(2,-1,1)$, $\vec{a}_2(3,2,2)$, $\vec{a}_3(1,-2,1)$, $\vec{b}(6,4,5)$

25. $\vec{a}_1(1,2,3)$, $\vec{a}_2(2,-1,-1)$, $\vec{a}_3(1,3,4)$, $\vec{b}(2,-2,1)$

26. $\vec{a}_1(1,0,3)$, $\vec{a}_2(3,1,7)$, $\vec{a}_3(2,1,8)$, $\vec{b}(27,5,3)$

27. $\vec{a}_1(4,3,6)$, $\vec{a}_2(4,5,10)$, $\vec{a}_3(5,6,10)$, $\vec{b}(-3,2,1)$

28. $\vec{a}_1(2,3,1)$, $\vec{a}_2(-3,2,-1)$, $\vec{a}_3(4,3,2)$, $\vec{b}(1,3,9)$

29. $\vec{a}_1(-1,2,0)$, $\vec{a}_2(2,4,2)$, $\vec{a}_3(-3,-1,3)$, $\vec{b}(1,3,9)$

30. $\vec{a}_1(3,3,1)$, $\vec{a}_2(7,6,2)$, $\vec{a}_3(7,9,2)$, $\vec{b}(1,4,8)$

4-тапшырма
4 – задание

№1-30. A ***матрицасына тескери матрицаны тапкыла.***
№1-30. Найти матрицу, обратную матрице A.

1. $A=\begin{pmatrix}6&7&3\\3&1&0\\2&2&1\end{pmatrix}$ 2. $A=\begin{pmatrix}-2&3&4\\3&-1&-3\\-1&2&2\end{pmatrix}$ 3. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\3&4&3\\9&8&5\end{pmatrix}$ 4. $A=\begin{pmatrix}6&5&2\\11&9&2\\4&5&2\end{pmatrix}$ 5. $A=\begin{pmatrix}9&9&5\\4&-1&-2\\14&13&7\end{pmatrix}$

6. $A=\begin{pmatrix}4&3&2\\4&5&2\\3&2&3\end{pmatrix}$ 7. $A=\begin{pmatrix}12&6&1\\19&16&7\\0&12&1\end{pmatrix}$ 8. $A=\begin{pmatrix}6&8&4\\-1&-1&1\\10&16&7\end{pmatrix}$ 9. $A=\begin{pmatrix}3&3&1\\7&6&2\\7&9&2\end{pmatrix}$ 10. $A=\begin{pmatrix}9&7&3\\14&9&4\\0&3&3\end{pmatrix}$

11. $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\-2&3&7\\3&1&0\end{pmatrix}$ 12. $A=\begin{pmatrix}3&0&1\\-8&-2&-3\\2&5&2\end{pmatrix}$ 13. $A=\begin{pmatrix}2&3&0\\1&-1&1\\1&-5&2\end{pmatrix}$ 14. $A=\begin{pmatrix}3&2&0\\-3&2&-1\\-1&4&2\end{pmatrix}$ 15. $A=\begin{pmatrix}4&5&2\\3&0&1\\-1&4&2\end{pmatrix}$

16. $A=\begin{pmatrix}3&-5&2\\4&5&1\\-3&0&-4\end{pmatrix}$ 17. $A=\begin{pmatrix}-2&3&5\\1&-3&4\\7&8&-1\end{pmatrix}$ 18. $A=\begin{pmatrix}-2&3&5\\1&-3&4\\7&-5&7\end{pmatrix}$ 19. $A=\begin{pmatrix}3&2&0\\-3&2&-1\\-1&4&2\end{pmatrix}$ 20. $A=\begin{pmatrix}3&0&1\\-8&-2&3\\-2&5&2\end{pmatrix}$

21. $A=\begin{pmatrix}1&0&3\\3&1&7\\2&1&8\end{pmatrix}$ 22. $A=\begin{pmatrix}3&3&1\\7&6&2\\7&9&2\end{pmatrix}$ 23. $A=\begin{pmatrix}5&1&-2\\9&3&-1\\8&4&-1\end{pmatrix}$ 24. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\3&4&3\\9&8&5\end{pmatrix}$ 25. $A=\begin{pmatrix}3&4&5\\8&9&7\\5&6&4\end{pmatrix}$

26. $A=\begin{pmatrix}-1&2&0\\2&4&2\\-3&-1&3\end{pmatrix}$ 27. $A=\begin{pmatrix}3&5&5\\7&10&12\\10&6&7\end{pmatrix}$ 28. $A=\begin{pmatrix}1&0&3\\2&5&-2\\3&-2&-8\end{pmatrix}$ 29. $A=\begin{pmatrix}4&3&6\\4&5&10\\5&6&10\end{pmatrix}$ 30. $A=\begin{pmatrix}3&3&1\\-4&2&-1\\2&3&2\end{pmatrix}$

Математик эмес адистиктердин студенттери үчүн
«Сызыктуу жана вектордук алгебранын элементтери» жана ***«Аналитикалык геометрия»*** бөлүмдөрү боюнча өз алдынча иштердин топтому.

Сборник самостоятельных работ по разделам: ***«Элементы линейной и векторной алгебры» и «Аналитическая геометрия» для студентов не математических специальностей***

1-тапшырма
1 – задание

№ 1-25. Берилген теңдемелердин системасын Крамердин эрежеси жана Гаусстун методу менен чыгаргыла.

№ 1-25. Решит систему линейных уравнений по правилам Крамера и по методу Гаусса.

1. $\begin{cases} x+y-z=4 \\ 2x-y+3z=-13 \\ 3x-2y-z=-4 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 3x+2y+z=4 \\ 2x+3y-z=-7 \\ 2x-y+3z=13 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 4x-3y+2z=11 \\ 2x+5y-3z=0 \\ 5x+6y-2z=10 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2x-y-z=-8 \\ 3x+4y-2z=-8 \\ 3x-2y+4z=4 \end{cases}$
5. $\begin{cases} 7x-5y=-31 \\ 4x+11z=-23 \\ 2x+3y+4z=-4 \end{cases}$
6. $\begin{cases} x+2y+4z=40 \\ 5x+y+2z=29 \\ 5x-y-z=-8 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 10x-5y+9z=103 \\ 7x-2y+z=38 \\ 3x+y+4z=49 \end{cases}$
8. $\begin{cases} 0{,}5x-2{,}5y+1{,}5z=9 \\ \frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y+\frac{1}{4}z=-\frac{65}{12} \\ x+y+z=0 \end{cases}$
9. $\begin{cases} 2x+3y+5z=-19 \\ x+3y+z=-24 \\ 5x-3y-z=-22 \end{cases}$

10. $\begin{cases} x+2y+4z=36 \\ 5x+y+2z=9 \\ 3x-y+z=-4 \end{cases}$
11. $\begin{cases} x+y+2z=4 \\ 2x-y+2z=6 \\ 4x+y+4z=12 \end{cases}$
12. $\begin{cases} 3x-3y+5z=11 \\ 2x+3y+z=14 \\ 2x+y+3z=18 \end{cases}$

13. $\begin{cases} y-z=-3 \\ x-3y-4z=-2 \\ 3x-y+z=-4 \end{cases}$
14. $\begin{cases} 7x+9y-13z=13 \\ 11x-7y+5z=67 \\ 6x-3y+z=34 \end{cases}$
15. $\begin{cases} 2x-3y+5z=38 \\ 3x+4y-2z=4 \\ 5x-y+z=46 \end{cases}$

16. $\begin{cases} x+y+z=88 \\ x-y-z=4 \\ x-y-z=-8 \end{cases}$
17. $\begin{cases} 2x+3y+z=6 \\ 3x+2z=16 \\ 4x+5y=8 \end{cases}$
18. $\begin{cases} -2x-3y+z=1 \\ 3x+4y-5z=-19 \\ -7x-5y-4z=-34 \end{cases}$

19. $\begin{cases} 6x + 2y - z = 10 \\ 4x - 3y = 15 \\ 5x - z = 15 \end{cases}$ 20. $\begin{cases} 6x - 3y + z = 6 \\ 4y - z = -6 \\ 2x - 3y - 3z = -18 \end{cases}$ 21. $\begin{cases} 4x - 3y + 5z = -6 \\ 2x - 2y - 7z = -33 \\ 9x - 11z = -60 \end{cases}$

22. $\begin{cases} 9x - 11y + z = 42 \\ 7x + 5y - 3z = -2 \\ 2x - 4y + 5z = 22 \end{cases}$ 23. $\begin{cases} x + 11y - 14z = 4 \\ 3x - 15y - 4z = 12 \\ 5x - 17y - z = 20 \end{cases}$ 24. $\begin{cases} 13x - 7y + z = 22 \\ 2x - 13y - 3z = 21 \\ 5x - 3y - 13z = -18 \end{cases}$

25. $\begin{cases} 12x - 4y - 6z = 28 \\ 5x - 10y - 3z = 27 \\ 4x - 8y + 7 = -16 \end{cases}$

2-тапшырма
2 – задание

№ 1-25. Пирамиданын чоккуларынын координаталары $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$, $C(x_3; y_3; z_3)$ ***жана*** $D(x_4, y_4; z_4)$ ***берилген.***

Тапкыла:

6. AB ***кырынын узундугун;***
7. AB ***жана*** AD ***кырлырынын арасындагы бурчту;***
8. ABC ***жагынын аянтын;***
9. ***Пирамиданын көлөмүн;***
10. AB ***түз сызыгынын теңдемесин;***
11. ABC ***тегиздигинин теңдемесин;***
12. D ***чоккусунан*** ABC ***жагына түшүрүлгөн бийиктиктин узундугун;***
13. ***Чиймесин чийгиле.***

№ 1-25. Даны вершины пирамиды $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$, $C(x_3; y_3; z_3)$ ***и*** $D(x_4, y_4; z_4)$

Найти:

1. ***Длину ребра*** AB***;***
2. ***Угол между ребрами*** AB ***и*** AD***;***
3. ***Площадь грани*** ABC***;***
4. ***Объем пирамиды;***
5. ***Уравнение прямой*** AB***;***
6. ***Уравнение плоскости*** ABC***;***
7. ***Длину высоты опушенной из вершины*** D ***на грань*** ABC***;***
8. ***Сделать чертеж.***

1. $A(4;2;5)$, $B(0;7;2)$, $C(1;5;0)$, $D(0;2;7)$

2. $A(4;4;10)$, $B(4;10;2)$, $C(9;6;9)$, $D(2;8;4)$

3. $A(4;6;5)$, $B(6;9;4)$, $C(7;5;9)$, $D(2;10;10)$

4. $A(3;5;4)$, $B(8;7;4)$, $C(4;7;8)$, $D(5;10;4)$

5. $A(10;6;6)$, $B(-2;-8;-2)$, $C(7;10;3)$, $D(6;8;9)$

6. $A(1;8;2)$, $B(5;2;6)$, $C(4;10;9)$, $D(5;7;4)$

7. $A(6;6;2)$, $B(4;9;5)$, $C(6;9;3)$, $D(4;6;4)$

8. $A(7;2;2)$, $B(5;7;7)$, $C(2;3;7)$, $D(5;3;1)$

9. $A(8;6;4)$, $B(10;5;5)$, $C(8;10;7)$, $D(5;6;8)$

10. $A(7;7;3)$, $B(6;5;8)$, $C(8;4;1)$, $D(3;5;8)$

11. $A(5;2;1)$, $B(2;3;4)$, $C(6;3;1)$, $D(1;3;5)$

12. $A(0;7;2)$, $B(4;2;5)$, $C(1;5;0)$, $D(0;2;7)$

13. $A(2;8;4)$, $B(4;4;10)$, $C(9;6;9)$, $D(4;10;2)$

14. $A(2;10;4)$, $B(4;6;5)$, $C(7;5;9)$, $D(6;9;4)$

15. $A(5;10;4)$, $B(3;5;4)$, $C(4;7;8)$, $D(8;7;4)$

16. $A(6;8;9)$, $B(10;6;6)$, $C(7;10;3)$, $D(-2;8;2)$

17. $A(5;4;7)$, $B(1;8;2)$, $C(6;10;9)$, $D(5;2;6)$

18. $A(4;6;11)$, $B(6;6;5)$, $C(6;9;3)$, $D(1;2;4)$

19. $A(4;10;9)$, $B(5;7;4)$, $C(1;8;2)$, $D(0;0;8)$

20. $A(2;4;6)$, $B(6;3;1)$, $C(2;4;8)$, $D(2;1;10)$

21. $A(0;2;4)$, $B(6;0;4)$, $C(1;2;9)$, $D(2;-2;-4)$

22. $A(2;0;5)$, $B(1;3;4)$, $C(1;5;10)$, $D(4;9;5)$

23. $A(0;0;0)$, $B(1;1;1)$, $C(2;3;6)$, $D(5;2;6)$
24. $A(3;3;3)$, $B(0;0;0)$, $C(2;4;8)$, $D(4;2;1)$
25. $A(2;3;4)$, $B(4;3;2)$, $C(5;2;10)$, $D(0;0;0)$

3-тапшырма
3 –задание

1. $9x^2 + 25y^2 = 225$ эллипсинин жарым окторун, фокустарын, эксцентриситетин, директрисаларынын теңдемелерин тапкыла.

Дана эллипс $9x^2 + 25y^2 = 225.$ Найти его полуоси, фокусы, эксцентриситет и уравнение директрис.

2. $9x^2 + 5y^2 = 45$ эллипсинин жарым окторун, фокустарын, эксцентриситетин, директрисаларынын теңдемелерин тапкыла.

Дана эллипс $9x^2 + 5y^2 = 45$. Найти его полуоси, фокусы, эксцентриситет и уравнение директрис.

3. Эгерде эллипстин чоң огунун узундугу 26 барабар жана фокустары $F_1(-10{,}0)$, $F_2(14{,}0)$ болсо, анда анын теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение эллипса, зная что его большая ось равно 26 и фокусы суть $F_1(-10{,}0)$, $F_2(14;0)$.

4. Эгерде эллипстин эксцентриситети $\varepsilon = \frac{1}{2}$, фокусу $F(2{,}1)$ жана тийешелүү директриссасынын теңдемеси $x - 5 = 0$болсо, анда анын теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение эллипса, если известны его эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$, фокусы $F(2{,}1)$ и уравнение соответсвушей директрисы $x - 5 = 0$

5. Эгерде эллипстин эксцентриситети $\varepsilon = \frac{1}{2}$, фокусу $F(-4{,}1)$ жана тийешелүү директриссасынын теңдемеси $y + 3 = 0$ болсо, анда анын теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение эллипса, если известны его эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$, фокусы $F(-4{,}1)$ и уравнение соответствующей директрисы $y + 3 = 0$

6. $A\left(\frac{10}{3}, \frac{5}{3}\right)$чекитинен $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$ эллипсине жүргүзүлгөн жаныма түз сызыктардын теңдемелерин түзгүлө.

Из точки $A\left(\frac{10}{3}, \frac{5}{3}\right)$ проведены касательные к эллипсу $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$. Составить их уравнения.

7. $3x-2y-20=0$, $x+6y-20=0$ түз сызыктарын жанып өткөн жана октору координаттык октор менен дал келген эллипстин теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение эллипса, касающегося двух прямых $3x-2y-20=0$, $x+6y-20=0$ при условии, что его ось совпадают с осями координат.

8. Кичине жарым огу 6 га барабар болгон эллипс, радиусу $R=12$ барабар болгон айлананын проекциясы. Эллипс жана айлана жаткан тегиздиктердин ароасындагы бурчту тапкыла.

Эллипс, малая полуось которого равно 6, является проекцией окружности радиуса $R=12$. Определить уголь между плоскостями, в которых лежит эллипс и окружность.

9. $16x^2-9y^2=144$ гиперболасынын a жана b кичине жарым окторун, фокустарын, эксцентриситетин, асимптотоларынын жана директрисаларынын теңдемелерин түзгүлө.

Дана гипербола $16x^2-9y^2=144$. Найти: его полуосы а и b, фокусы, эксцентриситет, уравнения асимптот и уравнение директрис.

10. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=14$ гиперболасынын асимптоталары жана $9x+2y-24=0$ түз сызыгы менен түзүлгөн үч бурчтуктун аянтын тапкыла.

Вычислить площадь треугольника образующего асимптотами гиперболы $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=14$ и прямой $9x+2y-24=0$.

11. $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$ гиперболасынан оң фокусуна чейинки аралык 4,5ке барабар болгон чекиттерди аныктагыла.

Определить точки гиперболы $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$ расстояние, от которых до правого фокуса равно 4,5.

12. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{6}=1$ гиперболасынан сол фокусуна чейинки аралык 7ге барабар болгон чекиттерди аныктагыла.

Определить точки гиперболы $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{6}=1$ расстояние, от которых до левого фокуса равно 7.

13. $16x^2-9y^2-64x-45y-161=0$ теңдемеси гиперболаны аныктай тургандыгын тактап, анын борборунун координаталарын, жарым окторун, эксцентриситетин тапкыла жана асимптотасынын, директрисасынын теңдемесин түзгүлө.

Установить, что уравнения $16x^2-9y^2-64x-45y-161=0$ определяет гиперболу и найти координаты ее центра, его полуосы, эксцентриситет, уравнения асимптот и уравнения директрис.

14. Эгерде гиперболанын фокустары $F_1(3;4)$, $F_2(-3;-4)$ жана директрисаларынын арасындагы аралык 3,6 барабар болсо, анда анын теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение гиперболы, зная, что фокусы суть $F_1(3;4)$, $F_2(-3;-4)$ и расстояние между директрисами равно 3,6.

15. $2x-y-10=0$ түз сызыгы менен $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$ гиперболасынын кесилиш чекитин тапкыла.

Найти точки пересечения прямой $2x-y-10=0$ и гиперболы $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$.

16. $4x-3y-16=0$ түз сызыгы менен $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$ гиперболасынын кесилиш чекитин тапкыла

Найти точки пересечения прямой $4x-3y-16=0$ гиперболы $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$

17. $x^2-y^2=16$ гиперболасына $A(-1;-7)$ чекитинен жүргүзүлгөн жанымаларынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнение касательных к гиперболе $x^2-y^2=16$, проведенных из точки $A(-1;-7)$.

18. $y^2=24x$ параболасынын $F(x;y)$ фокусун жана директрисаларынын теңдемесин тапкыла.

Найти фокус $F(x;y)$ и уравнения директирисы параболы $y^2=24x$.

19. Эгерде M чекитинин ординатасы 7 барабар болсо, анда $y = 20x$ параболасынын M чекитинин фокалдык радиусун тапкыла.

Вычислить фокальный радиус точки M параболы $y = 20x$, если ордината точки M равно 7.

20. Эгерде M чекитинин ординатасы 6 барабар болсо, анда $y^2 = 12x$ параболасынын M чекитинин фокалдык радиусун тапкыла.

Вычислить фокальный радиус точки M параболы $y^2 = 12x$, если ордината точки M равно 6.

21. Эгерде M чекитинин ординатасы 13 барабар болсо, анда $y^2 = 24x$ параболасынын M чекитинин фокалдык радиусун тапкыла.

Вычислить фокальный радиус точки М параболы $y^2 = 24x$, если ордината точки М равен 13.

22. $y^2 = 16x$ пароболасында фокальдык радиусу 13 барабар болгон чекитти тапкыла.

На параболе $y^2 = 16x$ найти точку фокальный радиус которого равен 13.

23. Эгерде параболанын $F(7;2)$ фокусу жана $x - 5 = 0$ директрисасы берилген болсо, анда анын теңдемесин түзгүлө.

Составить уравнение параболы, если даны ее фокус $F_2(7;2)$ и директриса $x^2 = 4y$.

24. $x + y - 3 = 0$ түз сызыгы менен $x^2 = 4y$ параболасынын кесилиш чекитин тапкыла.

Определить точки пересечения прямой $x + y - 3 = 0$ и параболы $x^2 = 4y$.

25. $y^2 = 36x$ параболасына $A(2;9)$ чекитинен жүргүзүлгөн жанымалардын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения касательных к параболе $y^2 = 36x$ проведенных из точки $A(2;9)$.

4-тапшырма
4 – задание

1. Чоккулары $A(1;-2)$, $B(-2;1)$ жана $C(3;5)$ болгон үч бурчтуктун $B(-2;1)$ чоккусунан жүргүзүлгөн медианага $A(1;-2)$ чоккусунан түшүрүлгөн перпендикулярдын теңдемесин түзгүлө.

Даны вершины треугольника $A(1;-2)$, $B(-2;1)$ и $C(3;5)$. Составить уравнения перпендикуляра, опущенного из вершины $A(1;-2)$ на медиану проведеного из вершины $B(-2;1)$.

2. Чоккулары $A(2;-2)$, $B(3;-5)$ жана $C(5;7)$ болгон үч бурчтуктун $A(2;-2)$ чоккусунун ички бурчунан жүргүзүлгөн биссектрисага $C(5;7)$ чоккусунан түшүрүлгөн перпендикулярдын теңдемесин түзгүлө.

Даны вершины треугольника $A(2;-2)$, $B(3;-5)$ и $C(5;7)$. Составить уравнения перпендикуляра, опущенного из вершины С на биссектрису внутреннего угла при вершине А.

3. Чоккулары $A(3;2)$, $B(5;-2)$ жана $C(1;0)$ болгон үч бурчтуктун медианаларынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения строн медианы треугольника с вершинами $A(3;2)$, $B(5;-2)$ и $C(1;0)$.

4. Тик бурчтуктун эки жагынын теңдемелери $5x+2y-7=0$, $5x+2y-36=0$ берилген болсо, анда калган эки жагынын жана экинчи диогоналынын теңдемелерин түзгүлө.

Даны уравнения двух сторон прямоугольника $5x+2y-7=0$, $5x+2y-36=0$ составить уравнения остальных сторон и второй диогонали этого прямоугольника.

5. Тик бурчтуктун чоккулары $A(1;2)$, $B(5;4)$ жана $C(-2;0)$ берилген болсо, анда анын $A(1;2)$ чокусунун ички жана сырткы бурчтарынын биссектрисаларынын теңдемелерин түзгүлө.

Даны вершины прямоугольника $A(1;2)$, $B(5;4)$ и $C(-2;0)$ составить уравнения биссектрис его внутренных и внешных углов при вершине $A(1;2)$.

6. Квадраттын карама-каршы чоккулары $A(-1;3), C(6;2)$ берилген болсо, анда анын жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Даны две противоположные вершины квадрата $A(-1;3)$ и $C(6;2)$ составить уравнения его сторон.

7. $E(1;-1)$ чекити квадраттын борбору жана анын бир жагы $x-2y+12=0$ түз сызыгында жатса, анда анын калган жактары жаткан түз сызыктардын теңдемелерин түзгүлө.

Точка $E(1;-1)$является центром квадрата, одна из сторон которого лежит на прямой $x-2y+12=0$. Составить уравнения прямых, на которых лежат остальные стороны этого квадрата.

8. Үч бурчтуктун эки чоккусунун $A(3;-1)$, $B(5;7)$ координаталары жана бийиктиктеринин кесилиш чекити $N(4;-1)$ берилген болсо, анда анын жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Даны две вершины $A(3;-1)$ и $B(5;7)$ треугольника ABC и точка пересечения его высот $N(4;-1)$, составить уравнения сторон этого треугольника.

9. ABC үч бурчтугунун (AB) $5x-3y+2=0$ жагынын жана (AM) $4x-3y+1=0$, (AN) $7x+2y+22=0$ бийиктиктеринин теңдемелери берилген болсо, анда анын калган эки жагынын жана үчүнчү бийиктигинин теңдемелерин түзгүлө.

В треугольнике ABCданы уравнения сторон (AB) $5x-3y+2=0$ уравнения высот (AM) $4x-3y+1=0$ и (AN) $7x+2y+22=0$. Составить уравнения двух других сторон и третьей высоты этого треугольника.

10. Эгерде үч бурчтуктун бир $B(-4;-5)$ чокусу жана эки бийиктигинин $5x+3y-4=0$, $3x+8y+13=0$ теңдемелери берилген болсо, анда анын жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения сторон треугольника, если даны одна из его вершин $B(-4;-5)$ и уравнения двух высот $5x+3y-4=0$ и $3x+8y+13=0$.

11. Эгерде үч бурчтуктун бир $B(2;6)$ чоккусу, бир чоккусунан түшүрүлгөн бийиктигинин $x-7y+15=0$ жана биссектрисасынын $7x+y+5=0$ теңдемелери берилген болсо, анда анын жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения сторон треугольника, если даны одна его вершин $B(2;6)$ и также уравнения высоты $x-7y+15=0$ и биссектрисы $7x+y+5=0$ проведенных из одной вершин.

12. Чоккулары $A(2;2)$, $B(1;-2)$ жана $C(5;6)$ болгон үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения сторон треугольника, зная координаты его вершин $A(2;2)$, $B(1;-2)$ и $C(5;6)$.

13. Эгерде үч бурчтуктун бир $B(2;-1)$ чоккусу, ар башка чоккусунан түшүрүлгөн бийиктигинин $3x-4y+27=0$ жана биссектрисасынын $x+2y-5=0$ теңдемелери берилген болсо, анда анын жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершин $B(2;-1)$, а также уравнения высоты $3x-4y+27=0$ и биссектрисы $x+2y-5=0$ проведенных из различенных вершины.

14. Эгерде үч бурчтуктун бир $C(4;-2)$ чоккусу, бир чоккусунан түшүрүлгөн бийиктигинин $2x-3y+12=0$ жана медианасынын $2x+3y=0$ теңдемелери берилген болсо, анда анын жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $C(4;-2)$, а также уравнения высоты $2x-3y+12=0$ и медианы $2x+3y=0$ проведенных из одной вершин.

15. Эгерде үч бурчтуктун бир $B(2;-7)$ чоккусу, ар башка чоккусунан түшүрүлгөн бийиктигинин $3x+y+11=0$ жана медианасынын $x+2y+7=0$ теңдемелери берилген болсо, анда анын жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $B(2;-7)$, а также уравнения высоты $3x+y+11=0$ и медианы $x+2y+7=0$ проведенных из различенных вершин.

16. Эгерде үч бурчтуктун бир $C(4;3)$ чоккусу, ар башка чоккусунан түшүрүлгөн биссектрисасынын $x+2y-5=0$ жана медианасынын $2x+y-4=0$ теңдемелери берилген болсо, анда анын жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $C(4;3)$, а также уравнения биссектрисы $x+2y-5=0$ и медианы $2x+y-4=0$ проведенных из различенных вершины.

17. Эгерде үч бурчтуктун бир $A(3;-1)$ чоккусу, ар башка чоккусунан түшүрүлгөн биссектрисасынын $x-4y+10=0$ жана медианасынын $6x+10y-59=0$ теңдемелери берилген болсо, анда анын жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $A(3;-1)$, а также уравнения биссектрисы $x-4y+10=0$ и медианы $6x+10y-59=0$ проведенных из различенных вершин.

18. $3x-4y-12=0$ түз сызыгы менен координаттык бурч түзгөн үч бурчтуктун аянтын эсептегиле.

Вычислить площадь треугольника отсекавшего прямой $3x-4y-12=0$ от координатного угла.

19. Чоккулары $A(0;2)$, $B(1;2)$ жана $C(3;1)$ болгон үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения сторон треугольника, зная координаты его вершин $A(0;2)$, $B(1;2)$ и $C(3;1)$.

20. Чоккулары $A(5;3), B(4;2)$ жана $C(3;1)$ болгон үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения сторон треугольника, зная координаты его вершин $A(5;3), B(4;2)$ и $C(3;1)$.

21. Эгерде квадраттын эки жагы $5x-12y-65=0$, $5x-12y+26=0$ түз сызыктарында жатса, анда анын аянтын эсептегиле.

Две стороны квадрата лежит на прямых $5x-12y-65=0$, $5x-12y+26=0$. Вычислить площадь данного квадрата.

22. Чоккулары $A(2;1)$, $B(3;-2)$ жана $C(4;5)$ болгон үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения сторон треугольника, зная координаты его вершин $A(2;1)$, $B(3;-2)$ и $C(4;5)$.

23. Чоккулары $A(1;2)$, $B(2;2)$ жана $C(7;3)$ болгон үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения сторон треугольника, зная координаты его вершин $A(1;2)$, $B(2;2)$ и $C(7;3)$.

24. Чоккулары $A(-1;2)$, $B(1;2)$ жана $C(-2;3)$ болгон үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения сторон треугольника, зная координаты его вершин $A(-1;2)$, $B(1;2)$ и $C(-2;3)$.

25. Чоккулары $A(1;1)$, $B(1;2)$ жана $C(5;1)$ болгон үч бурчтуктун жактарынын теңдемелерин түзгүлө.

Составить уравнения сторон треугольника, зная координаты его вершин $A(1;1)$, $B(1;2)$ и $C(5;1)$.

5-тапшырма
5 – задание

№ 1-8. Төмөнкү теңдемелер уюлдук координаталарда кандай сызыктарды аныктайт.
№ 1-8. Определить какие линии даны следующими уравнениями в полярных координатах.

1. $\rho = \dfrac{6}{1-\frac{1}{2}\cos\vartheta}$ 2. $\rho = \dfrac{6}{1-\cos\vartheta}$ 3. $\rho = \dfrac{10}{1-\frac{3}{2}\cos\vartheta}$ 4. $\rho = \dfrac{12}{2-\cos\vartheta}$

5. $\rho = \dfrac{5}{3-4\cos\vartheta}$ 6. $\rho = \dfrac{1}{3-3\cos\vartheta}$ 7. $\rho = \dfrac{8}{5-5\cos\vartheta}$ 8. $\rho = \dfrac{9}{3-5\cos\vartheta}$

9. $\rho = \dfrac{144}{13-5\cos\vartheta}$ теңдемеси эллипсти аныктай тургандыгын далилдегиле жана анын жарым окторун тапкыла.

Установить, что уравнения $\rho = \dfrac{144}{13-5\cos\vartheta}$ определять эллис, и найти его полуоси.

10. $\rho = \dfrac{18}{4-5\cdot\cos\vartheta}$ теңдемеси гиперболанын оң бутагын аныктай тургандыгын далилдегиле жана анын жарым окторун тапкыла.

Установить, что уравнения $\rho = \dfrac{18}{4-5\cdot\cos\vartheta}$ определяеть правую ветвь гиперболы и найти его полуосы.

11. $\rho = \dfrac{12}{3-\sqrt{2}\cdot\cos\vartheta}$ эллипсинде уюлдук радиусу 6 барабар болгон чекитти тапкыла.

На эллипсе $\rho = \dfrac{12}{3-\sqrt{2}\cdot\cos\vartheta}$ найти точку, полярный радиус которого равен 6.

12. $\rho = \dfrac{15}{3-4\cdot\cos\vartheta}$ гиперболасында уюлдук радиусу 3 барабар болгон чекитти тапкыла.

На гиперболе $\rho = \dfrac{15}{3-4\cdot\cos\vartheta}$ найти точку, полярный радиус которго равен 3.

13. $p = \dfrac{15}{1-\cos\vartheta}$ параболасында уюлдук радиусу эң кичине болгон чекитти тапкыла.

На параболе $p = \dfrac{15}{1-\cos\vartheta}$ найти точки с наименшим полярным радиусом.

14. $p = \dfrac{15}{1-\cos\vartheta}$ параболасында уюлдук радиусу анын параметрине барабар болгон чекитти тапкыла.

На параболе $p = \dfrac{15}{1-\cos\vartheta}$ найти точки с полярным радиусом равным параметру параболы.

15. $\rho = \dfrac{12}{3-\sqrt{2}\cdot\cos\vartheta}$ эллипсинде уюлдук радиусу 5 барабар болгон чекитти тапкыла.

На эллипсе $\rho = \dfrac{12}{3-\sqrt{2}\cdot\cos\vartheta}$ найти точку, полярный радиус которого равен 5.

№ 16-25. Төмөнкү сызыктардын уюлдук координаталардагы теңдемелерин түзгүлө.

№ 16-25. Написать в полярных координатах уравнении следующих линий.

16. $x=1$; 17. $y=-2$ 18. $y=x$ 19. $y=2x$ 20. $x+y=\sqrt{2}$ 21. $x^2+y^2=25$

22. $y=-x$ 23. $y=-2x$ 24. $x=5$ 25. $x+y=\sqrt{5}$

К о л д о н у л г а н   а д а б и я т т а р:

1. Борубаев А., Шабыкеев Б. ж.б., «Математикалык анализ» 1-2 бөлүм. –Б: 2009.
2. Усубакунов Р. «Дифференциалдык жана интегралдык эсептөөлөр»
3. Исаков А. «Аналитикалык геометрия», – Ф: 1986.
4. Саттаров Ж. «Алгебра жана сандар теориясы» I-II бөлүм. – Ош: 1991.
5. Сулайманов Ж. «Жогорку математика сабагынан лекциялар жайнагы» –Б:1993.
6. Матиева Г. «Аналитикалык геометрия», – Ош:1994.
7. Толбаев Б. «Тегиздиктеги аналитикалык геометрия боюнча усулдук колдонмо» – Сүлүктү: 2003.
8. Соловников А. «Математика в экономике» – Москва: «Фин и стат» 2000.
9. Бекельман И.Я. «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» – Москва: «Просвещение» 1986.
10. Баврин И.И. «Высшая математика» – Москва: «Просвещение» 1980.
11. Романко В.К. «Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления» – Москва: Физматлит 2001.
12. Красс М.С. «Математика для экономистов» – С-П: «Питер» 2007.
13. Смирнов В.И. «Курс высшей математики» т.1-4 .–Москва: «Наука» 1974.
14. Пискунов Н.С., «Дифференциальное и интегральное исчисления» т.I,II, –Москва: «Наука» 1965.
15. Фихтенгольц Г. «Основы математического анализа», т.I,II,III, –М: «Наука» 1968.
16. Толубаев Ж.О., Кудаяров К.С., «Математика боюнча мисалдар жана маселелер жыйнагы» –Бишкек: «Турар» 2005.
17. Т.Б.Борубаев, Ж.О.Толубаев «Сборник задач по высшей математике» –Жалал-Абад: 1995.
18. Берман Г.Н., «Сборник задач по курсу математического анализа», –М: «Наука» 1964.
19. Демидович Б.П. «Сборник задач и упражнений по математическому анализу» –Москва: Госиздат, 1964.
20. Гмурман В.Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике» – Москва: «Высшая школа» 1989.
21. Данко П.Е. Попов А.Т., и.др. «Высшая математика в упражнениях и задачах»1-2 часть –Москва: «Высшая школа»1999.
22. Минорский В., «Сборник задач по высшей математике» – Москва М: «Физ. мат литература» 2002.
23. Садовничий В, «Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре» – Москва: «Логос» 2005.
24. Клетеник Д.В. «Сборник задач по аналитической геометрии» – Москва: «Наука» 1986.
25. Проскуряков В.«Сборник задач по линейной алгебре»

– Москва: «Наука» 1970.

М А З М У Н У

Кириш сөз... 3

I. БАП. ***ӨЗ АЛДЫНЧА ИШТЕРДИ АТКАРУУГА УСУЛДУК КӨРСӨТМӨЛӨР.***

§ 1.Тегиздиктеги аналитикалык геометрия.. 4

§ 2. Векторлор жана алардын үстүнөн жүргүзүлгөн амалдар.................................... 18

§ 3. Тескери матрица.. 22

§ 4. Сызыктуу теңдемелердин системасы.. 24

§ 1.1. Аналитическая геометрия на плоскости………………….……..……………... 26

§ 2.1. Векторы и действия над ними…………………………………………….……….. 38

§ 3.1.Обратная матрица……………………………………………………….…….... 43

§ 4.1. Система линейных уравнений………..……………..……..………..…………... 44

II. БАП. ***ӨЗ АЛДЫНЧА ИШТЕРДИН БӨЛҮМДӨРҮ.***

1. *«Сызыктуу жана вектордук алгебранын элементтери» жана «Аналитикалык геометрия» бөлүмдөрү боюнча өз алдынча иштердин топтомдору*............. 46
   Сборник самостоятельных работ по разделам: «Элементы линейной и векторной алгебры» и «Аналитическая геометрия»……………………….….. 46
2. *Математик эмес адистиктердин студенттери үчүн «Сызыктуу жана вектордук алгебранын элементтери» жана «Аналитикалык геометрия» бөлүмдөрү боюнча өз алдынча иштердин топтомдору*................................. 54
   Сборник самостоятельных работ по разделам: «Элементы линейной и векторной алгебры» и «Аналитическая геометрия» для студентов не математических специальностей……….……………………………………….... 54

Колдонулган адабияттар.. 67

Мазмуну... 68

Ж.О.Толубаев, З.Х.Абдурахманова, Ш.И.Бабаев

СЫЗЫКТУУАЛГЕБРА, ВЕКТОРДУК АЛГЕБРА
ЖАНА АНАЛИТИКАЛЫК ГЕОМЕТРИЯ БОЮНЧА
ӨЗ АЛДЫНЧА ИШТЕРДИН
ЖЫЙНАГЫ
(Өз алдынча иштерди аткарууга усулдук көрсөтмөлөр)

СБОРНИК
САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ
ПО ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ, ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЕ
И АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

(Методическое руководство
к выполнению самостоятельных работ)

Нускасы 300 экз. Ченеми 60х84/16. Көлөмү 4.5 басма табак.

“Айат” басмаканасында басылды.
Бишкек ш.Ташкен к., 60